

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Факультет радиотехники и электроники

Кафедра информационных радиотехнологий

**В. Т. Першин**

## **ФОРМИРОВАНИЕ И ГЕНЕРИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ ЦИФРОВОЙ РАДИОСВЯЗИ**

**В двух частях**

**Часть 2**

*Рекомендовано УМО по образованию в области  
информатики и радиоэлектроники в качестве учебно-методического пособия  
для специальностей 1-39 01 01 «Радиотехника (по направлениям)»,  
1-39 01 03 «Радиоинформатика»*

Минск БГУИР 2016

УДК 621.391:621.396(076.5)  
ББК 32.846я73+32.847я73  
П27

Рецензенты:

кафедра экологических информационных систем учреждения образования  
«Международный государственный экологический институт  
имени А. Д. Сахарова»  
Белорусского государственного университета  
(протокол №6 от 22.12.2014г.);

профессор кафедры радиоэлектроники филиала  
«Минский радиотехнический колледж» учреждения образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»,  
доктор технических наук, профессор **Ф. Д. Троян**

**Першин, В. Т.**

П27 Формирование и генерирование сигналов цифровой радиосвязи :  
учеб.-метод. пособие. В 2 ч. Ч. 2 / В. Т. Першин. – Минск : БГУИР, 2016. –  
с. 201–378. : ил.  
ISBN 978-985-543-255-6 (ч. 2).

Учебно-методическое пособие отражает наиболее важные идеи курса «Формирование и генерирование сигналов цифровой радиосвязи», представленные в практической интерпретации в виде лабораторного практикума. Лабораторный практикум посвящен современным вопросам генерирования гармонических сигналов в схемах LC- и RC-генераторов, а также синтезаторах частоты, выполнение которых предполагается на действующих лабораторных макетах.

Учебно-методическое пособие содержит в том числе лабораторные работы по формированию сигналов с квадратурной амплитудной и фазовой манипуляцией, рассмотрены также вопросы формирования сигналов с частотной манипуляцией, которые изложены с позиций объектно-ориентированного программирования, которое нашло широкое применение разработчиками системы MATLAB.

Учебно-методическое пособие подготовлено для студентов УВО, учащихся радиотехнических колледжей и училищ.

Издано в двух частях. В части 2 приведены лабораторные работы №7–14 и литература.

УДК 621.391:621.396(076.5)  
ББК 32.846я73+32.847я73

ISBN 978-985-543-255-6 (ч. 2)  
ISBN 978-985-543-254-9

© Першин В. Т., 2016  
© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2016

## Лабораторная работа №7

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЮЩЕЙ ЧАСТИ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С OFDM-СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MATLAB

### 1. Краткие теоретические сведения

#### 1.1. Моделирование передающей части цифровой системы связи

В этом подразделе лабораторной работы сначала изучим принципы формирования сигнала в системах цифровой связи. Здесь будут рассмотрены теоретическая модель исследуемой системы передачи данных, создание модели передающего устройства цифровой системы связи в SIMULINK, моделирование работы системы при различных начальных условиях, измерение основных параметров работы передающей системы.

Исходные данные для работы приведены в табл. 1. Вариант выбирается согласно последней цифре зачетной книжки или назначается преподавателем.

Таблица 1

Исходные данные для выполнения лабораторной работы

Вариант	Вид манипуляции	Позиционность созвездия	Кратность созвездия
0	BPSK	2	1
1	QPSK	4	2
2	8PSK	8	3
3	16PSK	16	4
4	32PSK	32	5
5	16QAM	16	4
6	32QAM	32	5
7	64QAM	64	6
8	128QAM	128	7
9	256QAM	256	8

Для выполнения задания необходимо использовать следующие блоки, с которыми студенты уже хорошо познакомились по результатам выполнения предыдущих лабораторных работ:

*Random Integer Generator* – генератор случайных целых чисел;

*1-D Lookup Table* – таблица соответствий (истинности);

*Raised Cosine Transmit Filter* – формирующий фильтр с характеристикой корень из приподнятого косинуса;

*Gain* – усилитель сигнала;

*Complex to Real-Imag* – блок выделения реальной и мнимой части комплексного сигнала;

*Scope* – осциллограф;

*Discrete-Time Eye Diagram Scope* – блок отображения глазковой диаграммы сигнала;

*Discrete-Time Signal Trajectory Scope* – блок отображения траектории вектора комплексной огибающей сигнала на плоскости;

*Discrete-Time Scatter Plot Scope* – блок отображения диаграммы рассеяния сигнала;

*Subsystem* – подсистема, позволяет оформить часть модели в виде отдельного блока;

*Spectrum Scope* – анализатор спектра сигнала.

Из указанных блоков необходимо собрать модель, показанную на рис. 1. Блок *Modulator* представляет собой подсистему формирователя сигнала цифрового передатчика, схема которого представлена на рис. 2.

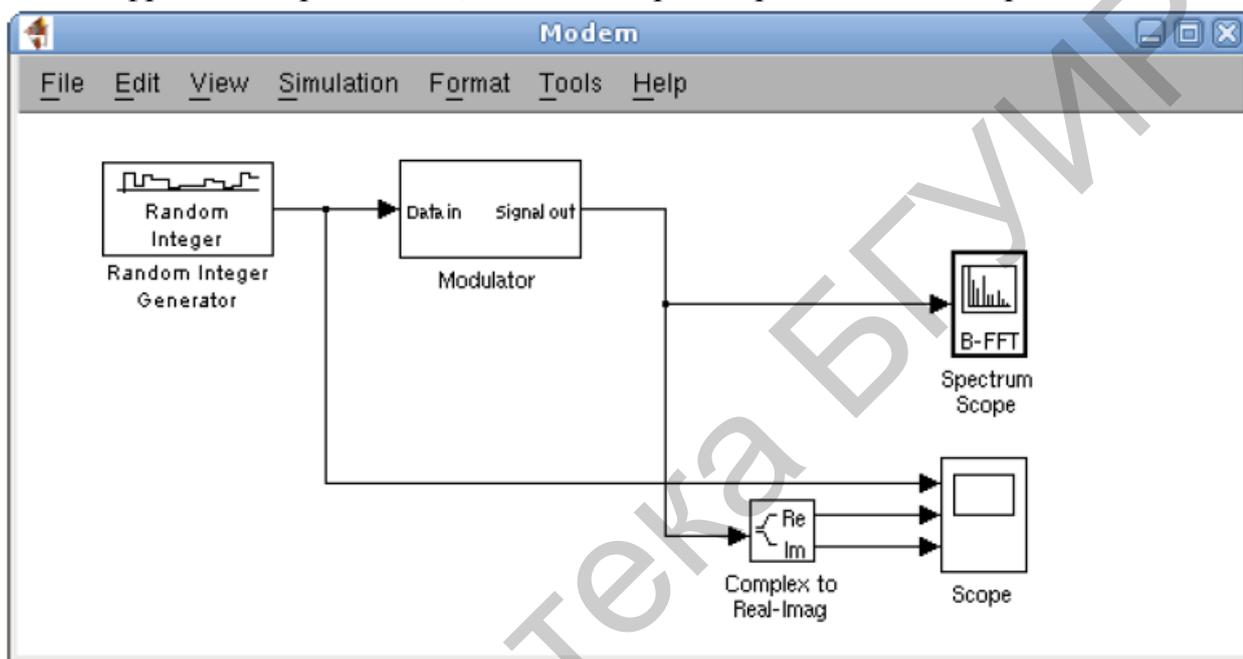


Рис. 1. Общий вид модели передающей системы

В настройках генератора случайных чисел необходимо задать позиционность созвездия (*M-ary number*) согласно варианту и частоту дискретизации (*Sample Time*)  $1/9600$ , что соответствует символьной скорости передачи данных 9600 бод/с. В настройках анализатора спектра (*Spectrum Scope*) необходимо выставить размер окна БПФ 1024 и включить буферизацию входного сигнала с размером буфера 1024 отсчета. Входными сигналами осциллографа являются сигнал данных и составляющие выходного комплексного сигнала передатчика, которые выделяются при помощи блока *Complex to Real-Imag*.

На рис. 2 показана модель формирователя сигнала. В настройках таблицы истинности (*1-D Lookup Table*) необходимо указать соответствие между вектором входных символов и точками сигнального созвездия. В строке *Breakpoints* укажите вектор входных символов согласно позиционности созвездия, например, для QAM16: [ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 ]. В строке *Table Data* укажите точки созвездия, соответствующие входным символам, для QAM16 это [  $-3+3*i$   $-3+1*i$   $-3-3*i$   $-3-1*i$   $-1+3*i$   $-1+1*i$   $-1-3*i$   $-1-1*i$   $+3+3*i$

$+3+1*i \quad +3-3*i \quad +3-1*i \quad +1+3*i \quad +1+1*i \quad +1-3*i \quad +1-1*i$ ]. Для манипуляций высокого порядка необходимо использовать методы автоматической генерации векторов в MATLAB, например  $[0 : 1 : 255]$  и т. п.

Ограничение спектра сигнала выполняется при помощи формирующего фильтра с характеристикой корень из приподнятого косинуса со следующими настройками: тип фильтра (*Filter Type*) – корень из приподнятого косинуса (*Square Root*); групповая задержка, определяющая длину импульсной характеристики фильтра, (*Group Delay*) – 5 символов; коэффициент скругления (*Rolloff Factor*) – 0.8; коэффициент повышения частоты дискретизации (*Upsampling factor*) – 8; характер обработки сигнала (*Input Processing*) – *sample based*.

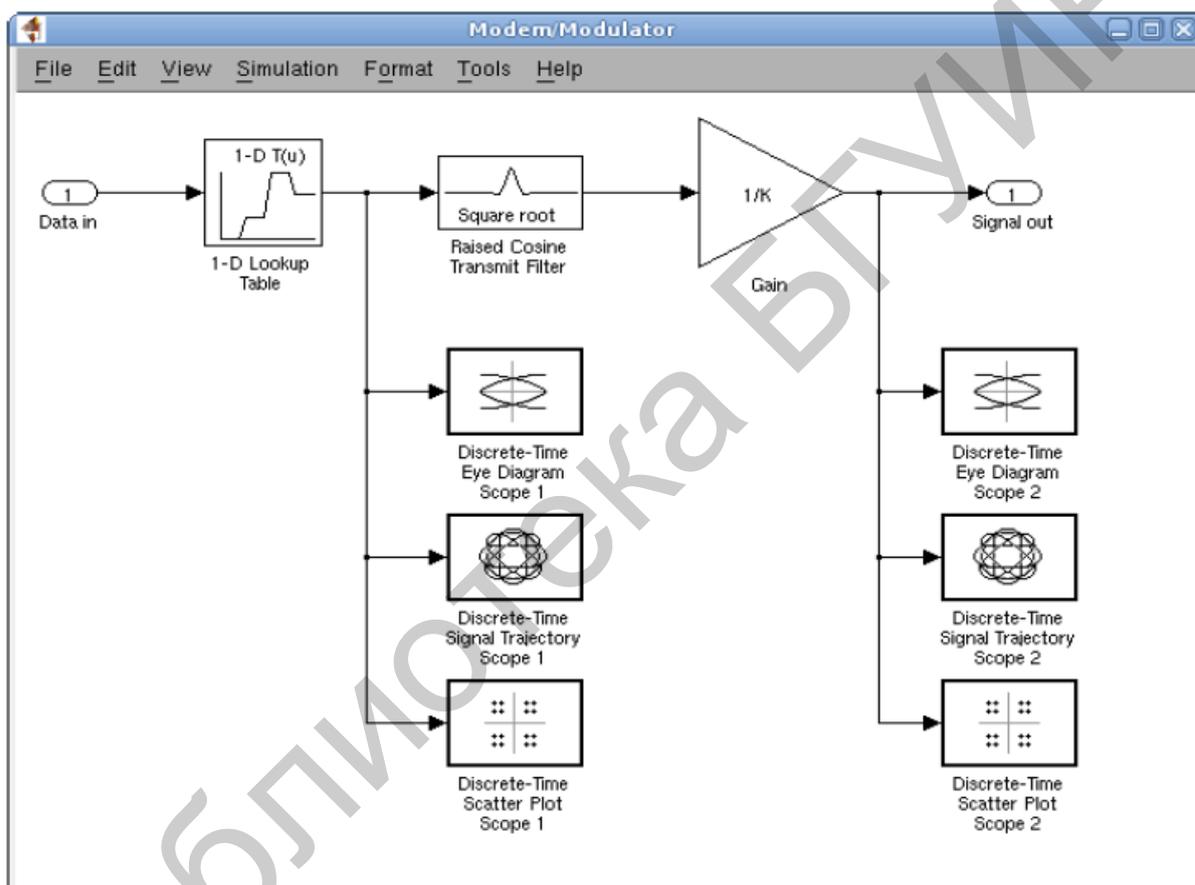


Рис. 2. Формирователь сигнала

Комплексный сигнал с выхода формирующего фильтра поступает на усилитель, в котором выполняется его нормировка.

Для исследования процессов формирования сигнала необходимо использовать блоки отображения глазковых диаграмм, эскизы которых показаны на рис. 3, блоки отображения траектории вектора комплексной огибающей (рис. 4) и блоки отображения диаграммы рассеяния (рис. 5).

На рис. 6 показан пример работы анализатора спектра. При помощи трехканального осциллографа имеется возможность сопоставить сигнал данных и компоненты сигнала комплексной огибающей (рис. 7).

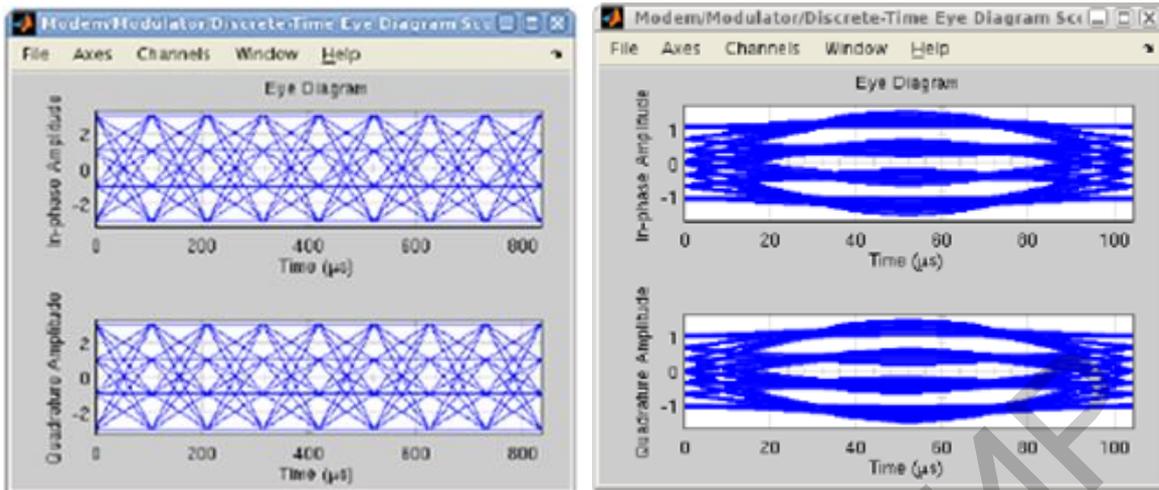


Рис. 3. Блоки отображения глазковых диаграмм

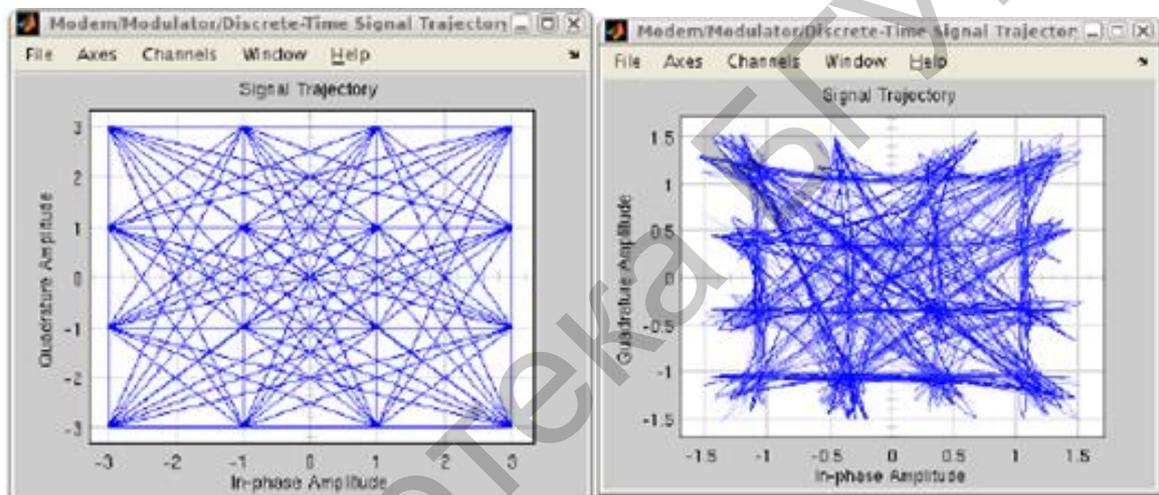


Рис. 4. Блоки отображения траектории вектора комплексной огибающей

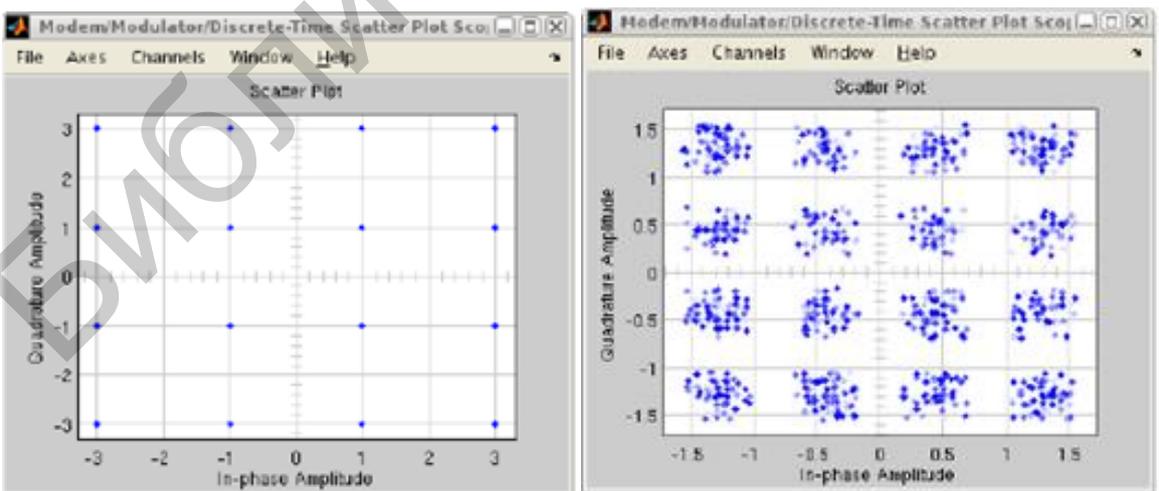


Рис. 5. Блоки отображения диаграммы рассеяния

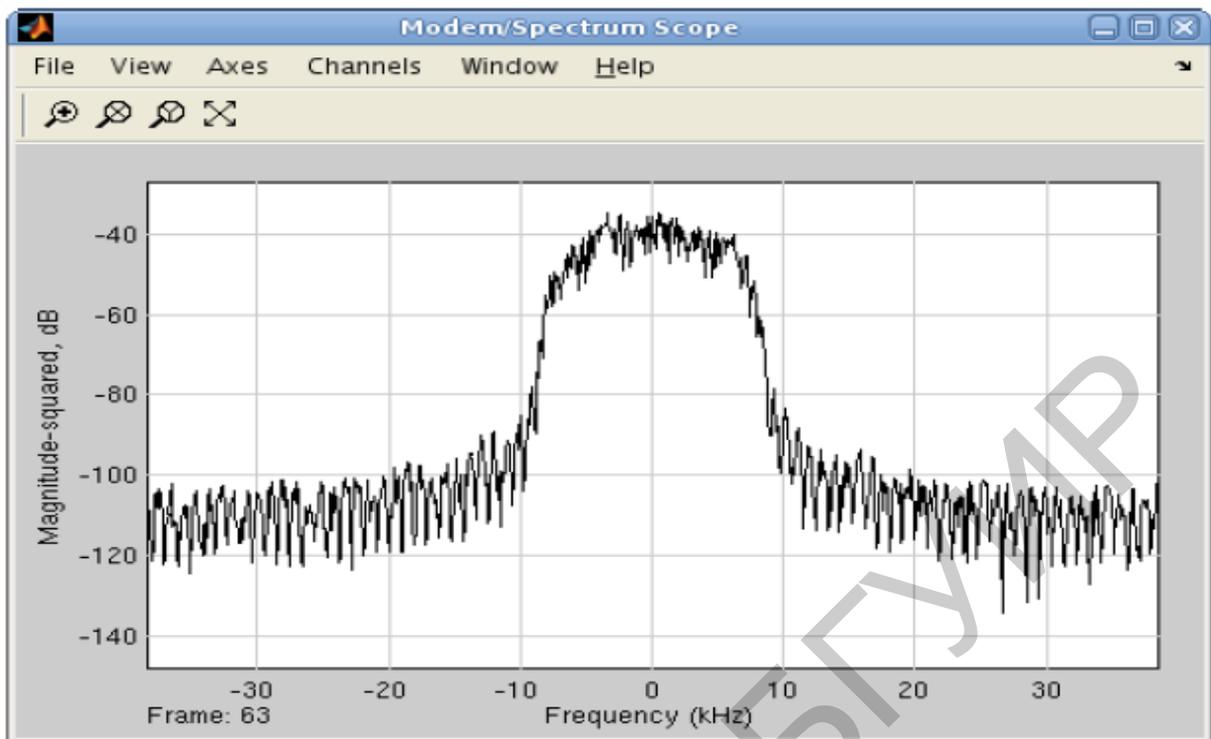


Рис. 6. Спектр формируемого сигнала

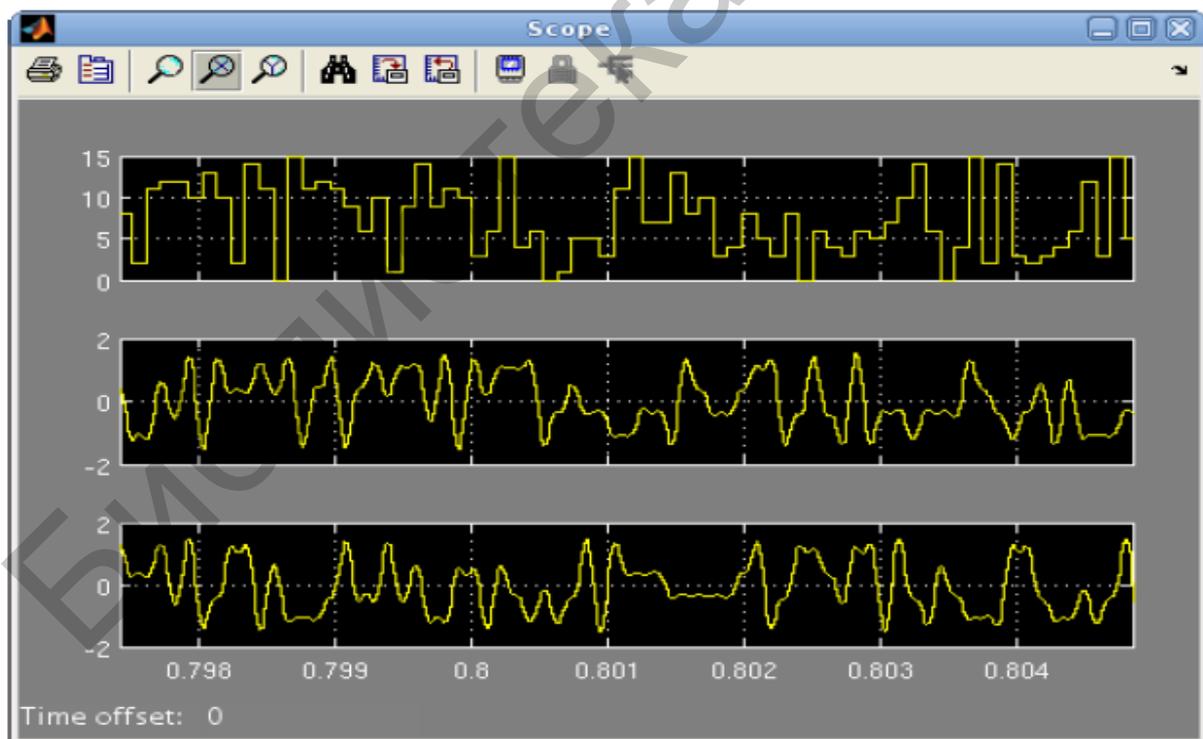


Рис. 7. Осциллограммы шины данных и комплексной огибающей сформированного сигнала

## Порядок выполнения работы:

1. Согласно приведенным выше рисункам, создайте модель передатчика в SIMULINK, убедитесь в ее работоспособности.
2. Установите коэффициент скругления формирующего фильтра равным 0 и запустите модель. Сохраните для отчета все графики, полученные в ходе моделирования. Произведите оценку ширины спектра сигнала, крутизны скачков, уровня первого бокового лепестка и занесите эти данные в таблицу.
3. При помощи осциллографа оцените амплитуду квадратурных составляющих для внешних точек сигнального созвездия (точек с максимальной амплитудой) и для внутренних (точек с минимальной амплитудой). Занесите полученные данные в таблицу, найдите отношение максимального значения к минимальному.
4. Повторите задание п. 2 для коэффициентов скругления фильтра 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 и 1.
5. По результатам выполнения моделирования составьте отчет, который должен содержать: цели и задачи работы, вид модели в Simulink, графики, полученные при выполнении пп. 2 и 3, выводы по результатам моделирования.

## 1.2. Принципы формирования сигнала с OFDM

В данной лабораторной работе изучаются принципы формирования сигналов, использующих мультиплексирование с ортогональным частотным разделением (OFDM, Orthogonal Frequency Division Multiplex), на примере их применения в передающей части системы наземного цифрового телевидения (DVB-T, Digital Video Broadcasting -Terrestrial) формата  $2k$ .

Суть метода OFDM состоит в следующем. При передаче телевизионного сигнала в полосе канала размещается от 2 до 8 тысяч несущих. Пример расстановки несущих в спектре OFDM показан на рис. 8.

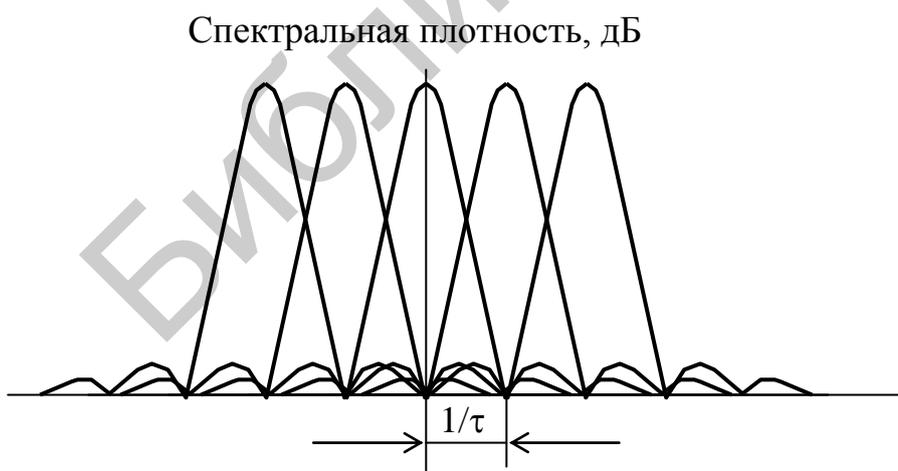


Рис. 8. Спектр мощности радиосигнала с OFDM

Каждая несущая частота модулируется низкочастотным потоком данных, являющимся частью общего цифрового потока. В качестве первичного метода модуляции разделенных несущих допускается использовать QPSK, 16- и 64-QAM. Скорость передачи данных в каждом элементарном потоке

равна общей системной скорости, деленной на число несущих. Частотное распределение несущих в полосе радиоканала производится по определенному

правилу их ортогональности, допускающему перекрытие скатов смежных спектров, но при условии, что на центральной частоте каждая из несущих спектральных составляющих всех остальных модулированных несущих переходит через нуль. В результате этого за счет большого числа несущих формируется групповой спектр мощности, очень близкий к прямоугольному при любом коэффициенте скругления спектра узкополосных модулирующих сигналов, что дает максимальную эффективность использования полосы радиоканала.

### 1.3. Проблема многолучевого распространения

Распространение сигналов в радиоэфире сопровождается возникновением всякого рода помех, источником которых служат сами распространяемые сигналы. Классический пример – эффект многолучевой интерференции сигналов. Вследствие многократного отражения сигнала от естественных преград один и тот же сигнал может попадать в приемник различными путями, имеющими разные длины. Следовательно, в точке приема результирующий сигнал представляет собой суперпозицию (интерференцию) многих сигналов.

Следствием многолучевой интерференции является искажение принимаемого сигнала. Особенно негативно многолучевая интерференция сказывается на широкополосных сигналах. Дело в том, что при использовании широкополосного сигнала в результате интерференции определенные частоты складываются синфазно, что приводит к увеличению сигнала, а некоторые, наоборот, – противофазно, вызывая ослабление сигнала на данной частоте. Говоря о многолучевой интерференции, возникающей при передаче сигналов, различают два крайних случая. В первом случае максимальная задержка между различными сигналами не превосходит времени длительности одного символа и интерференция возникает в пределах одного передаваемого символа. Во втором случае максимальная задержка между различными сигналами больше длительности одного символа, а в результате интерференции складываются сигналы, представляющие разные символы, и возникает так называемая межсимвольная интерференция (Inter Symbol Interference, ISI).

Наиболее отрицательно на искажение сигнала влияет межсимвольная интерференция. Поскольку символ – это дискретное состояние сигнала, характеризующееся значениями частоты несущей, амплитуды и фазы, то для различных символов меняются амплитуда и фаза сигнала, поэтому восстановить исходный сигнал крайне сложно. Чтобы избежать, а точнее, частично компенсировать эффект многолучевого распространения, используются частотные эквалайзеры, однако по мере роста скорости передачи данных либо за счет увеличения символьной скорости, либо из-за усложнения схемы кодирования эффективность использования эквалайзеров падает.

В стандарте 802.11b с максимальной скоростью передачи 11 Мбит/с при использовании ССК-кодов схемы компенсации межсимвольной интерференции вполне успешно справляются с возложенной на них задачей, но при более высоких скоростях такой подход становится неприемлемым. Поэтому при более высоких скоростях передачи применяется принципиально иной метод кодиро-

вания данных – ортогональное частотное разделение каналов с мультиплексированием (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM).

#### 1.4. Как устроен сигнал с OFDM

Идея данного метода заключается в том, что поток передаваемых данных распределяется по множеству частотных подканалов и передача ведется параллельно на всех этих подканалах. При этом высокая скорость передачи достигается именно за счет одновременной передачи данных по всем каналам, а скорость передачи в отдельном подканале может быть и невысокой. Поскольку в каждом из частотных подканалов скорость передачи данных можно сделать не слишком высокой, это создает предпосылки для эффективного подавления межсимвольной интерференции. При частотном разделении каналов необходимо, чтобы ширина отдельного канала была, с одной стороны, достаточно узкой для минимизации искажения сигнала в пределах отдельного канала, а с другой – достаточно широкой для обеспечения требуемой скорости передачи. Кроме того, для экономного использования всей полосы канала, разделяемого на подканалы, желательно, как можно более плотно расположить частотные подканалы, но при этом избежать межканальной интерференции, чтобы обеспечить полную независимость каналов друг от друга. Частотные каналы, удовлетворяющие перечисленным требованиям, называются ортогональными. Несущие сигналы всех частотных подканалов (а точнее, функции, описывающие эти сигналы) ортогональны друг другу.

Важно, что хотя сами частотные подканалы могут частично перекрывать друг друга, ортогональность несущих сигналов гарантирует частотную независимость каналов друг от друга, а следовательно, и отсутствие межканальной интерференции (рис. 8).

Каждая из  $N$  немодулированных несущих, входящих в набор OFDM, может быть выражена формулой  $s_n(t) = \cos 2\pi f_n t$ , где  $f_n = f_0 + n/T_S$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ,  $T_S$  – длительность символа,  $f_0$  – частота самой низкой несущей, а модулированный сигнал OFDM – формулой

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_0^{N-1} [a_k \cos 2\pi (f_0 + \frac{k}{T_S})t + b_k \sin 2\pi (f_0 + \frac{k}{T_S})t], \quad (1)$$

где  $N$  – число несущих,  $a_k$ ,  $b_k$  – данные синфазного и квадратурного каналов, модулирующие  $k$ -ю несущую.

В наиболее общей форме OFDM-сигнал можно описать как параллельно передаваемый поток модулированных несущих

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{N-1} C_{n,k} g_k(t - nT_S) \right), \quad (2)$$

где

$$g(t) = \begin{cases} e^{i2\pi f_k t}, & 0 \leq t < T_S \\ 0, & t < 0, t \geq T_S \end{cases}, \quad f_k = f_0 + \frac{k}{T_S}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (3)$$

$C_{n,k}$  – амплитуда  $k$ -й поднесущей переданного символа в  $n$ -м интервале длительностью  $T_S$ ,  $N$  – число OFDM-поднесущих,  $f_k$  –  $k$ -я поднесущая частота с  $f_0$  в качестве самой низкой поднесущей частоты.

Определим  $n$ -е OFDM-окно (фрейм) как переданный сигнал для  $n$ -го интервала, длительность которого равна одному периоду символа  $T_S$ , и обозначим его  $F_n(t)$ .

Подставляя  $F_n(t)$  в (2) вместо выражения заключенного в скобки, которое соответствует  $n$ -му OFDM-фрейму, соотношение (2) можно переписать как

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(t). \quad (4)$$

Таким образом,  $F_n(t)$  соответствует множеству символов  $C_{n,k}$ ,  $k = 0, \dots, N-1$ , каждый из которых соответствует поднесущей частоте  $f_k$ .

Демодулятор вычисляет коэффициенты

$$C_{n,k} = \frac{1}{T_S} \int_{nT_S}^{(n+1)T_S} s(t) g_k(t) dt. \quad (5)$$

Структурная схема модулятора OFDM-сигнала показана на рис. 9,а, а демодулятора – на рис. 9, б, где для простоты не показаны фильтры в обоих устройствах.

Выбирая прохождение сигнала, описываемого уравнениями (2) и (4) при скорости передачи в  $N$  раз более высокой, чем скорость передачи символов поднесущей  $1/T_S$ , и принимая  $f_0 = 0$  для OFDM-фрейма, можем записать

$$F_n(m) = \sum C_{n,k} g_k(t - nT_S) \Big|_{t=(n+\frac{m}{N})T_S}, \quad m=0, \dots, N-1, \quad (6)$$

что дает

$$F_n(m) = e^{i2\pi f_0 T_S \frac{n}{N} \sum_{k=0}^{N-1} C_{n,k}} e^{i2\pi k \frac{m}{N}} = N \cdot IDFT\{C_{n,k}\}. \quad (7)$$

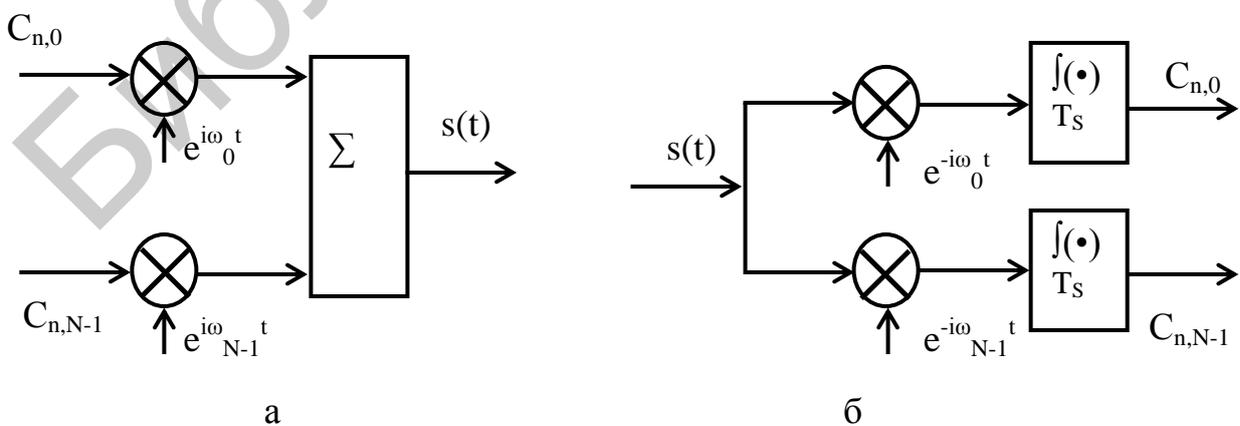


Рис. 9. Модулятор (а) и демодулятор (б) OFDM-сигнала

Отметим разницу между сигналами OFDM и FDM (Frequency Division Multiplex). На рис. 10 показаны спектры сигналов OFDM и FDM в зависимости от числа несущих.

FDM представляет собой технологию, при которой передается многочастотный сигнал по одному пути передачи информации. При этом каждый сигнал распространяется внутри уникальной полосы частот вблизи несущей, которая модулируется данными (текст, голос, видео и др.). Рассмотрим спектральную плотность мощности для двух систем с бинарной фазовой модуляцией (BPSK, Binary Phase Shift Keying) всех поднесущих. Примем, что поток данных передается со скоростью  $R$ . Из этого рисунка легко видеть, что OFDM-сигнал требует меньшую полосу, когда число несущих увеличивается и в пределе мы имеем

$$\lim_{N \rightarrow \infty} W = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N+1}{N} R = R = \frac{N}{T_s}. \quad (8)$$

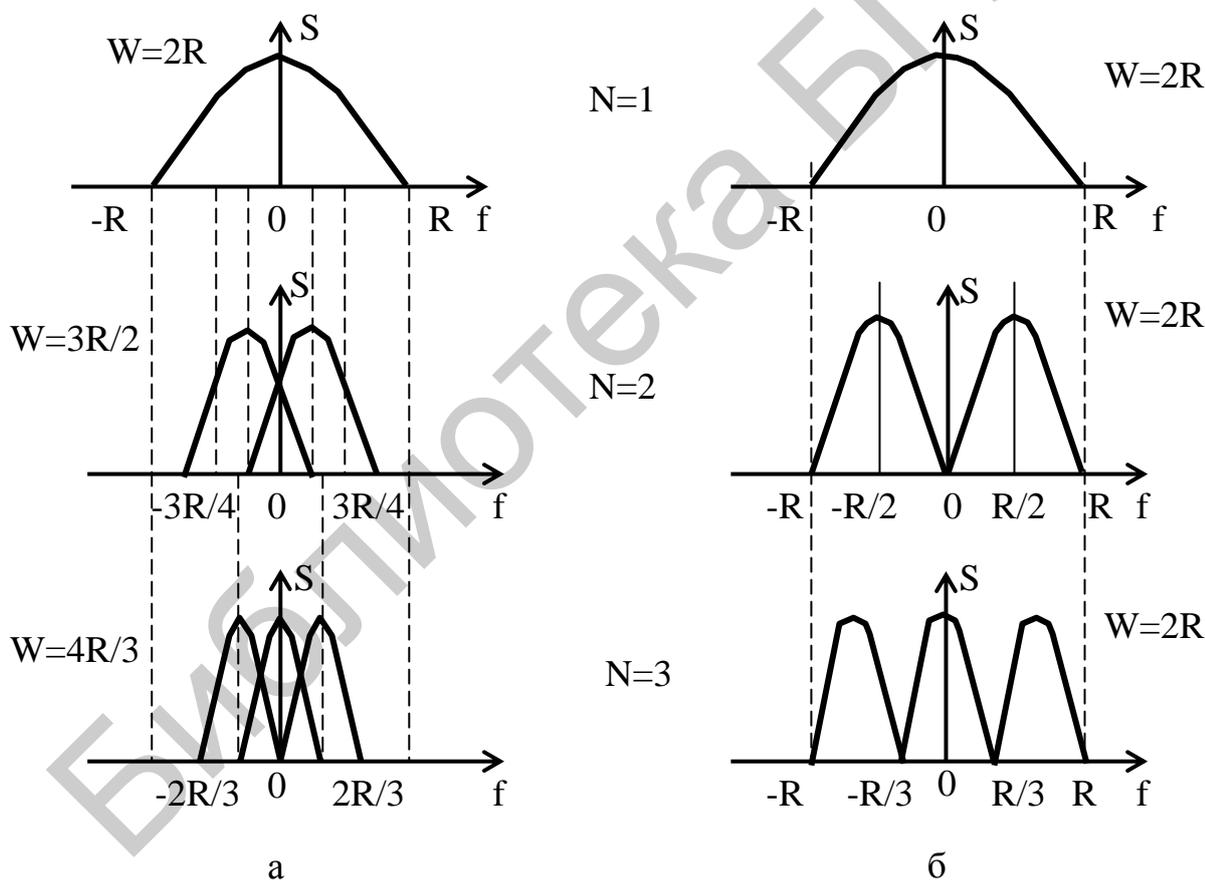


Рис. 10. Спектральная плотность мощности OFDM (а) и FDM (б) сигналов для разных величин числа  $N$  дискретов символа

Это получается в результате имеющегося перекрытия спектров, разделение которых реализуется благодаря их ортогональности в соответствии с выражением (5).

Две боковые полосы OFDM-сигнала можно ограничить учетом главного лепестка его частотного спектра и ограничить полосой  $W = N/T_s$ .

### 1.5. Передающая часть цифровой телевизионной системы

Выбрав выражение для одного OFDM-символа, начинающегося в момент  $t = t_s$ , можно описать сигнал с OFDM следующим образом:

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}} d_{i+N_s/2} \exp(j2\pi(f_c - \frac{i+0,5}{T})(t-t_s)) \right\}, t_s \leq t \leq t_s + T, \quad (9)$$

$$s(t) = 0, t < t_s, t > t_s + T,$$

где  $d_i$  – символ комплексной модуляции;  $N_s$  – число поднесущих;  $T$  – длительность символа;  $f_c$  – несущая частота.

Частная версия формулы (9) дана в стандарте DVB-T как распространяемый сигнал. Это выражение имеет вид

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ e^{j2\pi f_c t} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{67} \sum_{k=K_{\min}}^{K_{\max}} c_{m,l,k} \Psi_{m,l,k}(t) \right\}, \quad (10)$$

$$\Psi_{m,l,k}(t) = \begin{cases} \exp(j2\pi \frac{k'}{T_u}(t - \Delta - lT_s - 68mT_s)), & (l + 68m)T_s \leq t \leq (l + 68m + 1)T_s \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

где  $k$  – номер несущей;  $l$  – номер символа OFDM;  $m$  – номер передаваемого фрейма;  $K$  – номер переданной несущей;  $T_s$  – длительность символа;  $T_u$  – инверсия разноса несущих;  $\Delta$  – продолжительность защитного интервала;  $f_c$  – центральная частота радиочастоты (RF) сигнала;  $k'$  – несущий индекс, соответствующий центральной частоте, причем  $k' = k - (K_{\max} + K_{\min})/2$ ;  $c_{m,0,k}$  – комплексный символ для несущей  $k$  символа данных номер 1 в фрейме номер  $m$ ;  $c_{m,1,k}$  – комплексный символ для несущей  $k$  символа данных номер 2 в фрейме номер  $m$ ; ...  $c_{m,67,k}$  – комплексный символ для несущей  $k$  символа данных номер 68 в числе структуры  $m$ .

Важно понять, что формула (10) описывает рабочую систему, т. е. систему, которая была проверена и используется с марта 1997 года. Наше внимание фокусируется на  $2k$  режиме стандарта DVB-T. Это частный режим, который предназначен для мобильного приема стандартного телевидения (DTV).

Переданный сигнал OFDM организован по фреймам. Каждый фрейм имеет продолжительность  $T_F$  и состоит из 68 символов OFDM. Четыре фрейма составляют один суперфрейм. Каждый символ в  $2k$  режиме образован последовательностью несущих с  $K=1705$  и передается с длительностью  $T_s$ . Полезная часть с длительностью  $T_u$  и защитный интервал с длительностью  $\Delta$  составляет  $T_s$ . Частные числовые значения OFDM параметров для режима  $2k$  даны в табл. 2.

Следующая проблема – практическая реализация формулы (10). Практическое применение OFDM стало реально в 1990-х благодаря появлению цифрового сигнального процессора (DSP), который осуществляет быстрое преобразование Фурье (FFT). Поэтому рассмотрим этот вопрос подробнее на примере DVB-T.

Если рассматривать (10) в течение периода от  $t = 0$  до  $t = T_s$ , то получим:

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ e^{j2\pi f_c t} \sum_{k=K_{\min}}^{K_{\max}} c_{0,0,k} e^{j2\pi k'(t-\Delta)/T_u} \right\}. \quad (11)$$

Теперь ясно видно подобие между формулой (11) и дискретным обратным преобразованием Фурье (IDFT):

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} X_q e^{j2\pi \frac{nq}{N}}. \quad (12)$$

Таблица 2

Числовые значения для OFDM параметров для режима 2k

Параметр		2k режим			
Элементарный период $T$		7/64 мкс			
Число несущих $K$		1705			
Значение несущей номер $K_{\min}$		0			
Значение несущей номер $K_{\max}$		1704			
Длительность $T_u$		224 мкс			
Разнос несущих	$1/T_u$	4,464 кГц			
Интервал между несущими $K_{\min}$ и $K_{\max}$	$(k-1)/T_u$	7,61 МГц			
Допустимый интервал защиты	$\Delta/T_u$	1/4	1/8	1/16	1/32
Длительность части символа $T_U$		2,048xT = 224 мкс			
Длительность защитного интервала $\Delta$		512xT 56 мкс	256xT 28 мкс	128xT 14 мкс	64xT 7 мкс
Длительность символа $T_S = \Delta + T_U$		2,560xT 280 мкс	2,304xT 252 мкс	2,176xT 238 мкс	2,112xT 231 мкс

С тех пор как появились различные эффективные алгоритмы FFT, для того чтобы выполнить DFT и IDFT, стало удобным применять их для генерирования  $N$  отсчетов  $x_n$ , соответствующих полезной части, длительностью  $T_u$ , каждого символа. Защитный интервал добавляется путем копирования последних  $N\Delta/T_u$  из этих от-

счетов и присоединения их в начало символа OFDM. Последующее обратное преобразование дает исходный сигнал  $s(t)$ , центрированный на частоте  $f_c$ .

## 1.6. Выполнение прямого преобразования Фурье

Первая решаемая задача – это то, что спектр OFDM центрирован на  $f_c$ ; т. е. первая поднесущая составляет 7,61/2 МГц слева от несущей, и 1705-я поднесущая есть 7,61/2 МГц справа. Один простой способ достигнуть центрирования состоит в том, чтобы использовать  $2N - \text{IFFT}$  поднесущих и  $T/2$  как элементарный период. Как можно видеть из табл. 1, длительность символа OFDM ( $T_U$ ) дается для 2048 – IFFT ( $N = 2048$ ) отсчетов; поэтому в данной лабораторной работе используется 4096 – IFFT отсчетов.

Следующая важная задача – подбор периода моделирования. Период  $T$  определяется как единичный период узкополосного сигнала, но так как моделируем широкополосный сигнал, то надо соотнести его с временным периодом  $1/R_s$ , который учитывает несущую частоту как минимум дважды. Для простоты возьмем отношение целого числа:  $R_s = 40/T$ . Это отношение дает несущую частоту примерно 90 МГц, которая находится в полосе очень высокой частоты (VHF) пятого канала общественного телевизионного вещания.

Структурная схема генерирования OFDM-сигнала показана на рис. 11, где указаны также переменные, используемые в MATLAB-кодах.

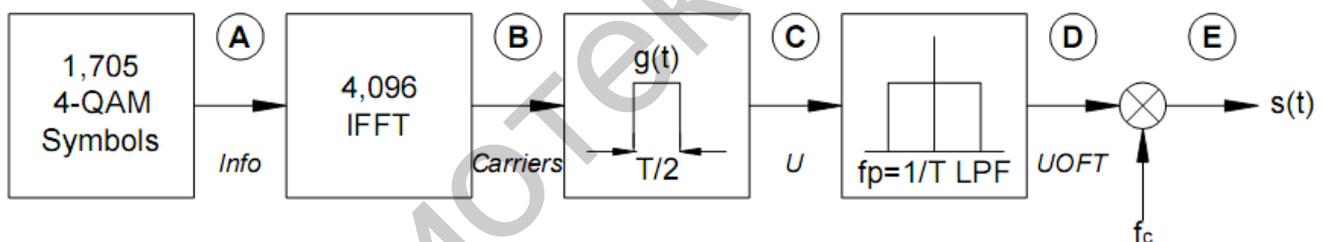


Рис. 11. Моделирование генерирования OFDM-сигнала

Теперь можно продолжить описание шагов, указанных буквами в кружках на рис. 11. Добавляем 2391 нуль ( $4096 - 1705 = 2391$ ) к информационному сигналу на этапе (A), чтобы достигнуть двукратного перекрытия (2X) и центрирования спектра. На рис. 11 и 12 можно наблюдать результат этой операции и то, что поднесущие сигнала использует величину  $T/2$  как свой период. Можно также заметить, что поднесущие являются дискретными узкополосными сигналами. Можно бы использовать этот сигнал в узкой полосе частот дискретной области моделирования, но нужно вспомнить, что основные недостатки OFDM имеют место в непрерывной во времени области; поэтому надо обеспечить моделирование в непрерывной области.

Первый шаг, чтобы создать непрерывный сигнал, заключается в том, что необходимо применить передающий фильтр  $g(t)$  к комплексным поднесущим формируемого сигнала. Импульсный отклик, или форма импульса,  $g(t)$  показан на рис. 13.

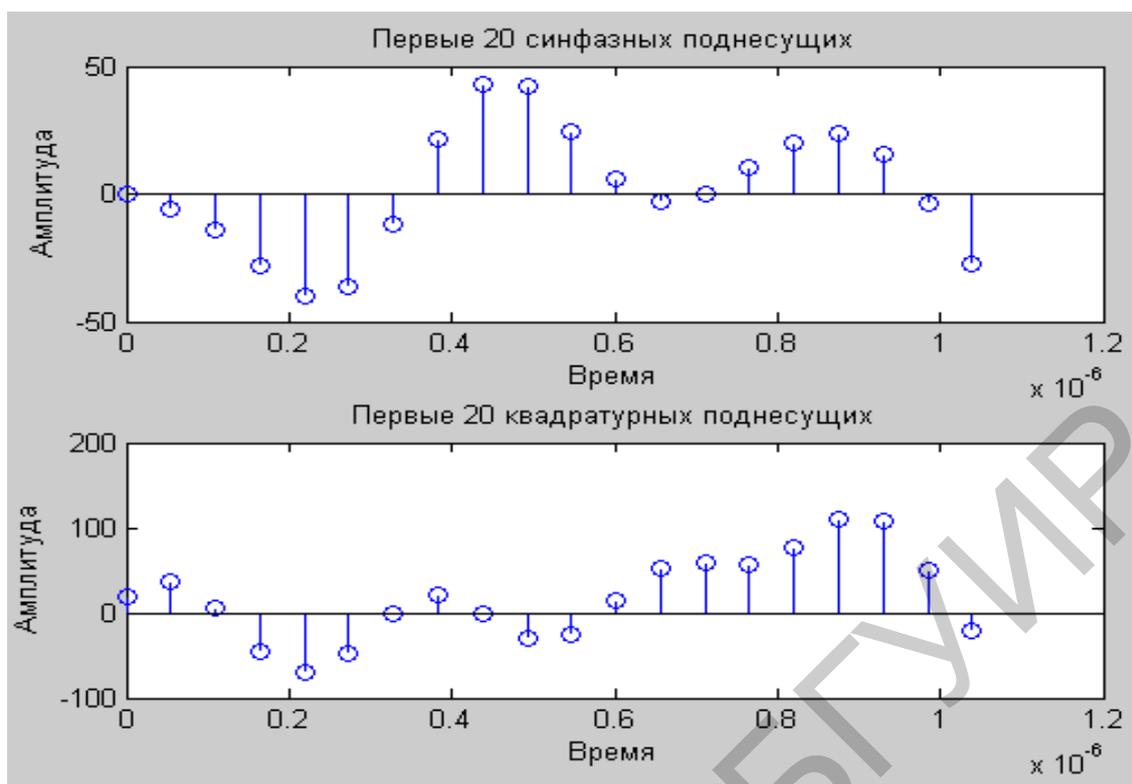


Рис. 12. Временной отклик сигнала поднесущих на этапе (В)

Выход передающего фильтра показан на рис. 14 во временной области и на рис. 8 в частотной области. Частотная характеристика (рис. 15) является периодической, как этого требует частотный отклик дискретной во времени системы, и полоса пропускания фильтра, показанная на этой фигуре, равна  $R_s$ . Период  $U(t)$  равен  $2/T$  ( $2/T=18,286$ ) и имеет полосу пропускания для восстанавливающего фильтра  $18,286 - 7,61=10,675$  МГц.

Если бы использовали  $N$  отсчетов преобразования IFFT, для которых период равен  $1/T$  ( $1/T = 9,143$ ), то тогда получилась бы полоса пропускания  $9,143 - 7,61 = 1,533$  МГц. Следовательно, потребовался бы очень резкий спад амплитудно-частотной характеристики. А это значит, что возникли бы сложности в выполнении реконструированного фильтра.

Предложенный отклик реконструированного фильтра или D/A показан на рис. 16. Это фильтр Баттерворта 13-го порядка с частотой отсечки приблизительно  $1/T$ . Выход фильтра показан на рис. 16 и 17. Первое, что можно заметить, это появление задержки приблизительно  $2 \times 10^{-7}$ , вызванной процессом фильтрации. Кроме этой задержки фильтрация выполняется, как и ожидалось, так как остался только спектр основной полосы частот. Необходимо подчеркнуть, что поднесущие от 853 до 1705 расположены справа от 0 Гц, и поднесущие от 1 до 852 находятся слева от  $4f_c$  Гц.

Амплитудно-частотная характеристика восстанавливающего фильтра приведена на рис. 18. Временной отклик сигнала UOFT на выходе Д показан на рис. 19. Улучшенный вариант амплитудно-частотной характеристики восстанавливающего фильтра приведен на рис. 20.

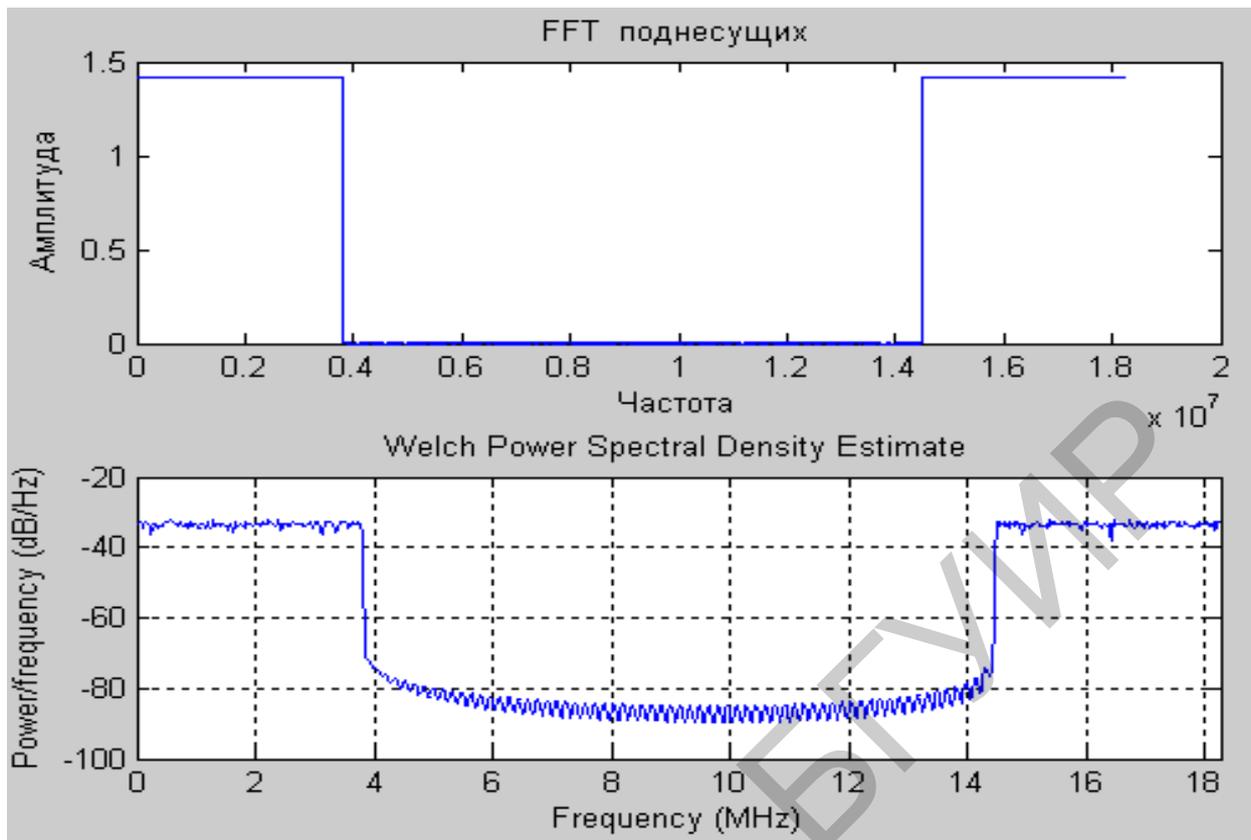


Рис. 13. Частотный отклик сигнала поднесущих на этапе (В)

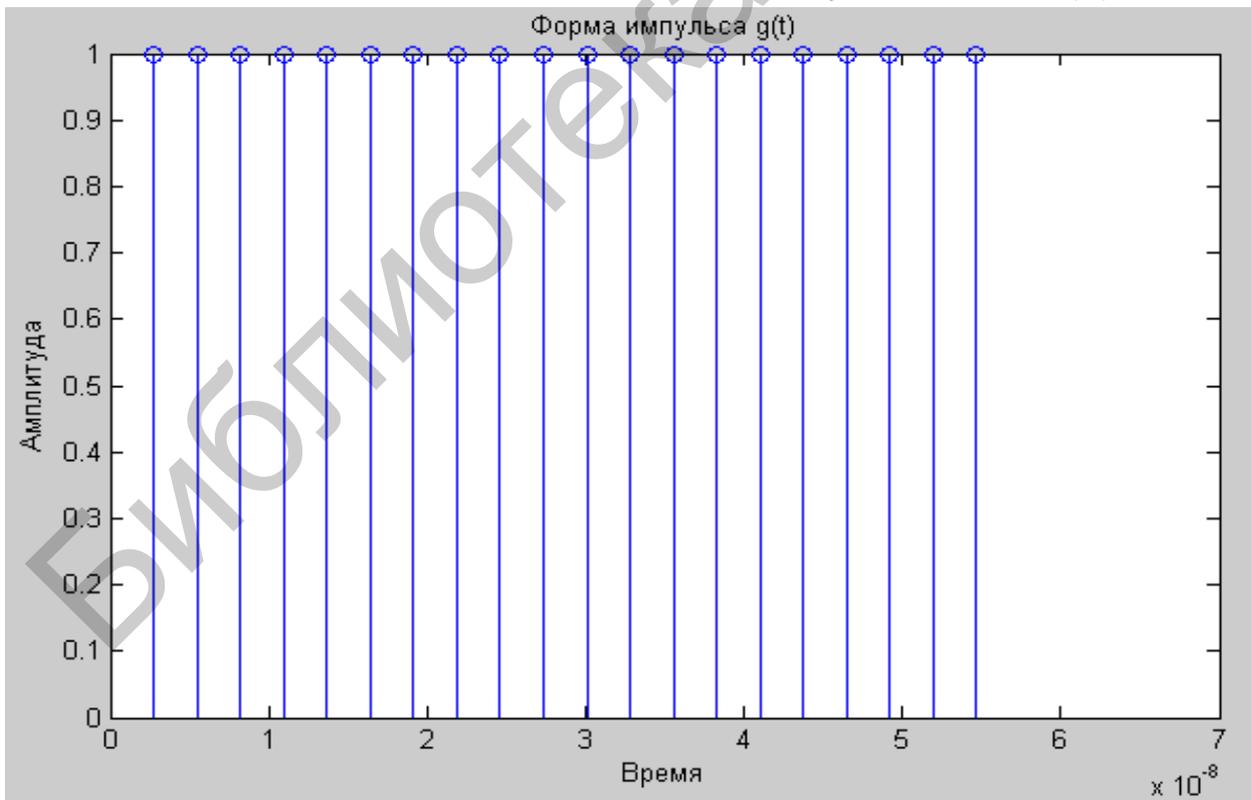


Рис. 14. Форма импульса  $g(t)$

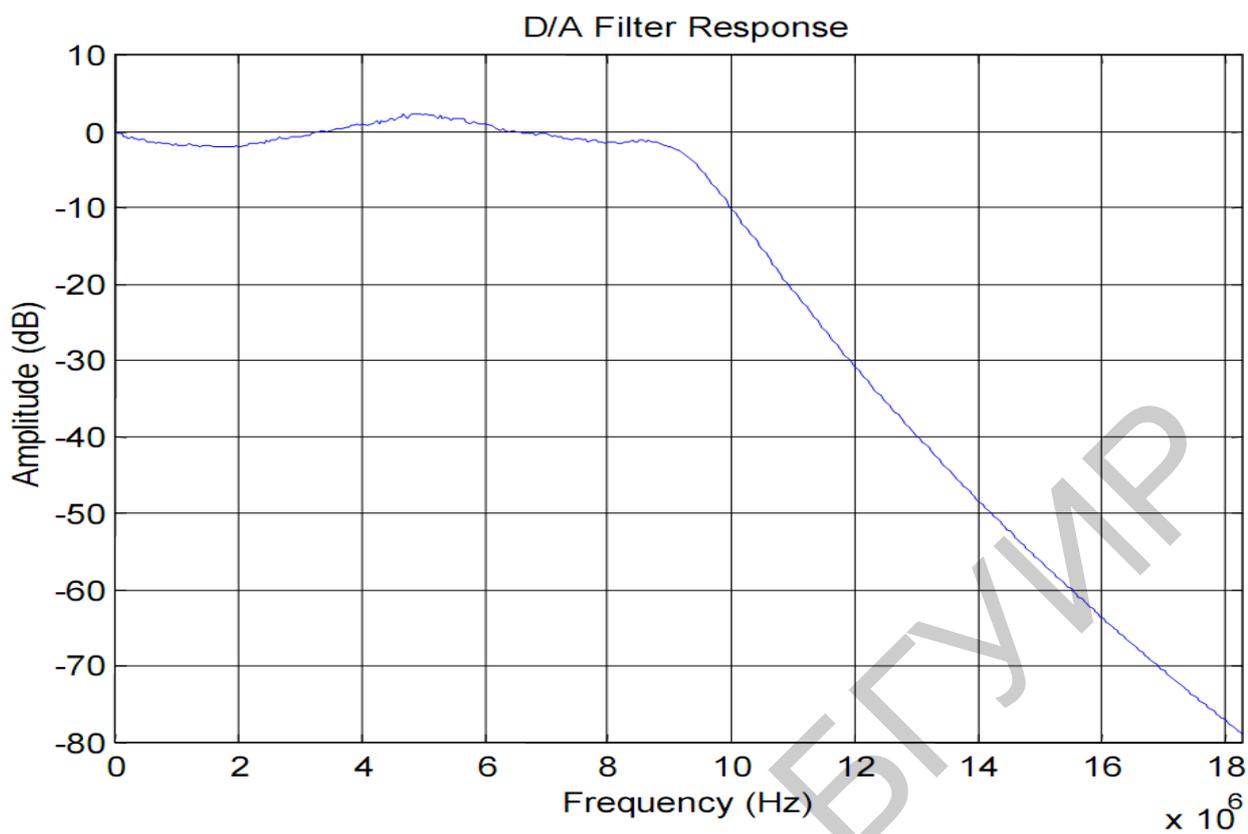


Рис. 15. Цифроаналоговый отклик фильтра

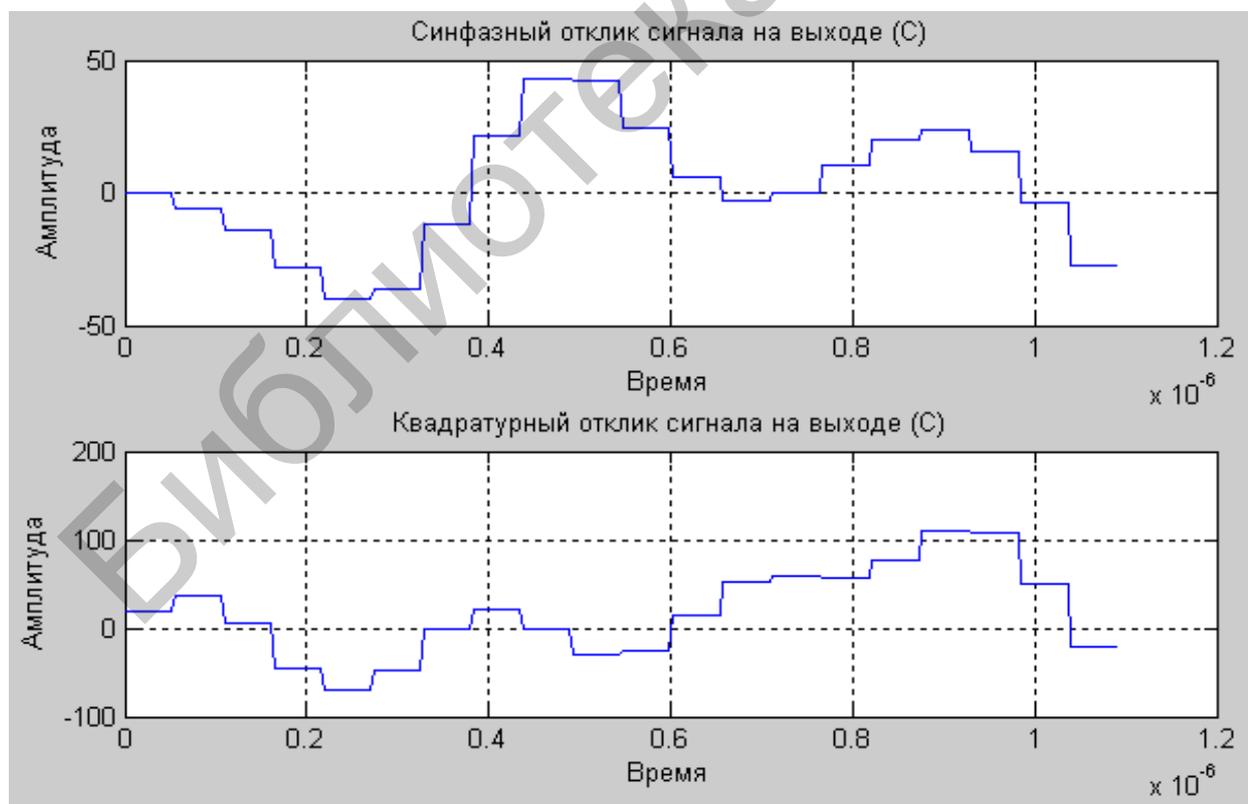


Рис. 16. Временной отклик сигнала  $U$  на этапе (С)

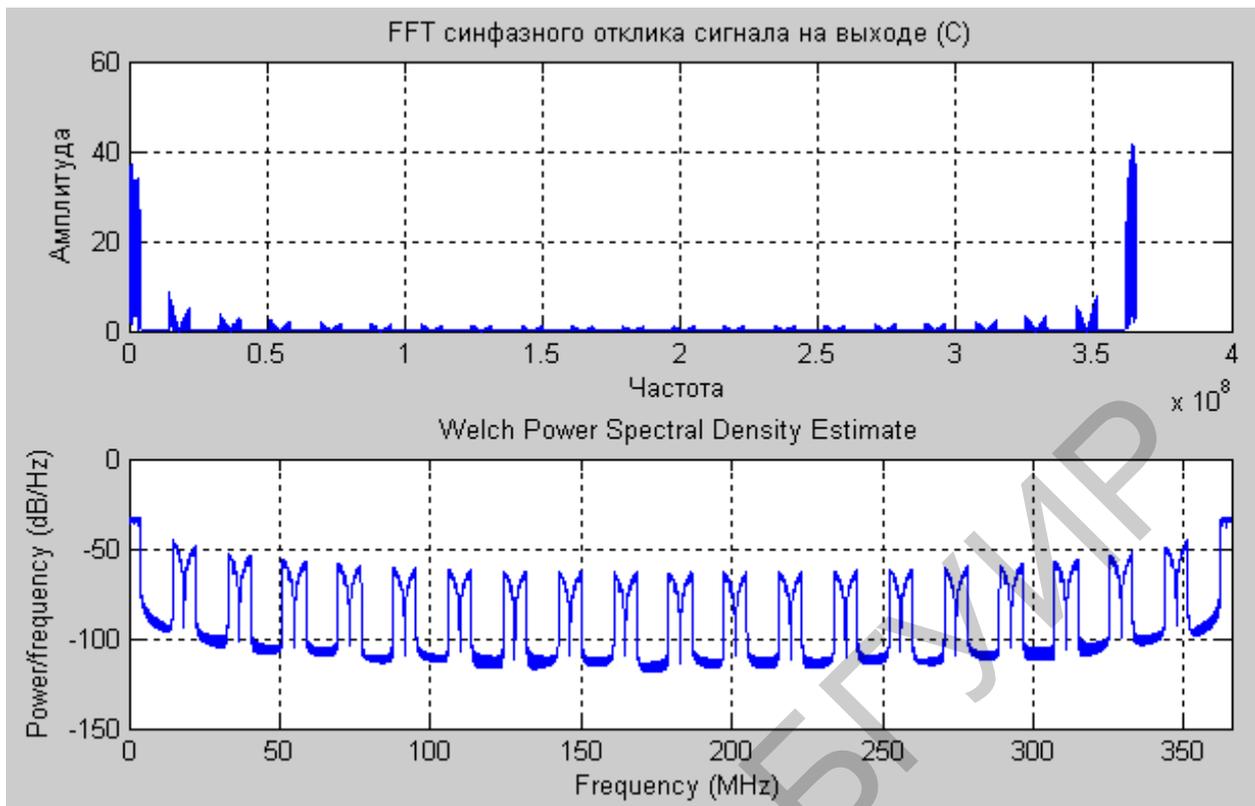


Рис. 17. Преобразование FFT и мощность сигнала  $U$  на выходе (C)

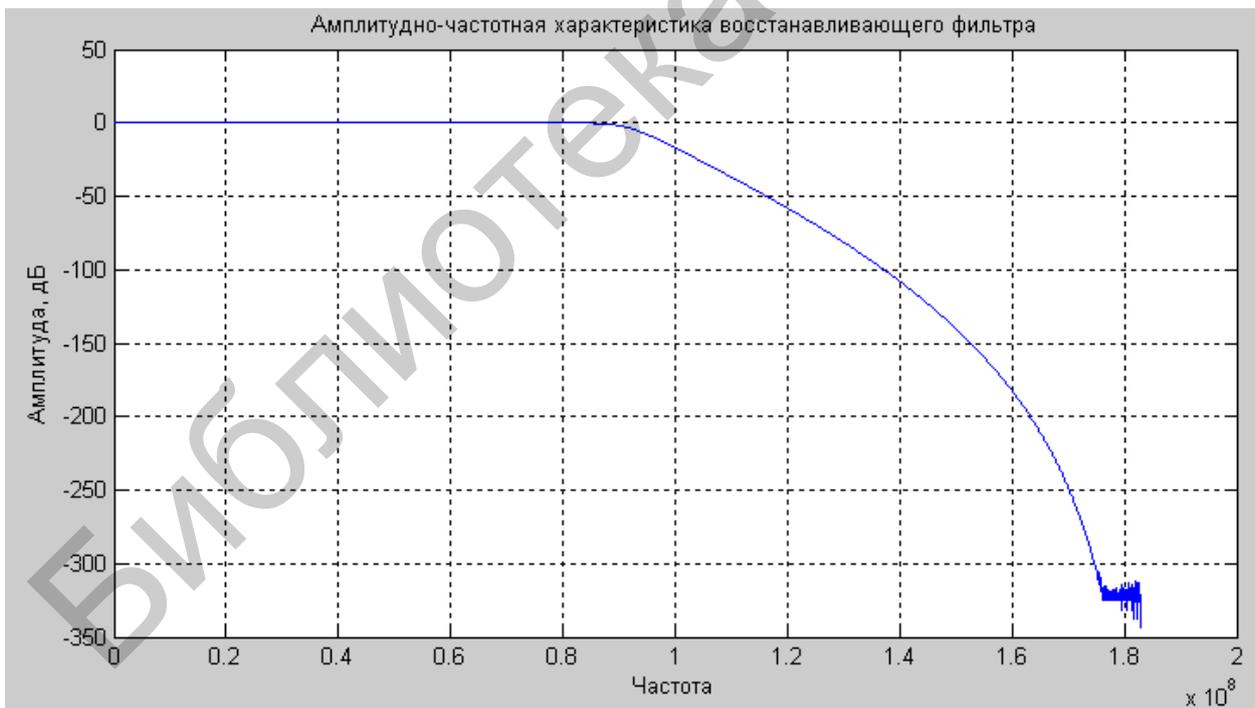


Рис. 18. Амплитудно-частотная характеристика восстанавливающего фильтра

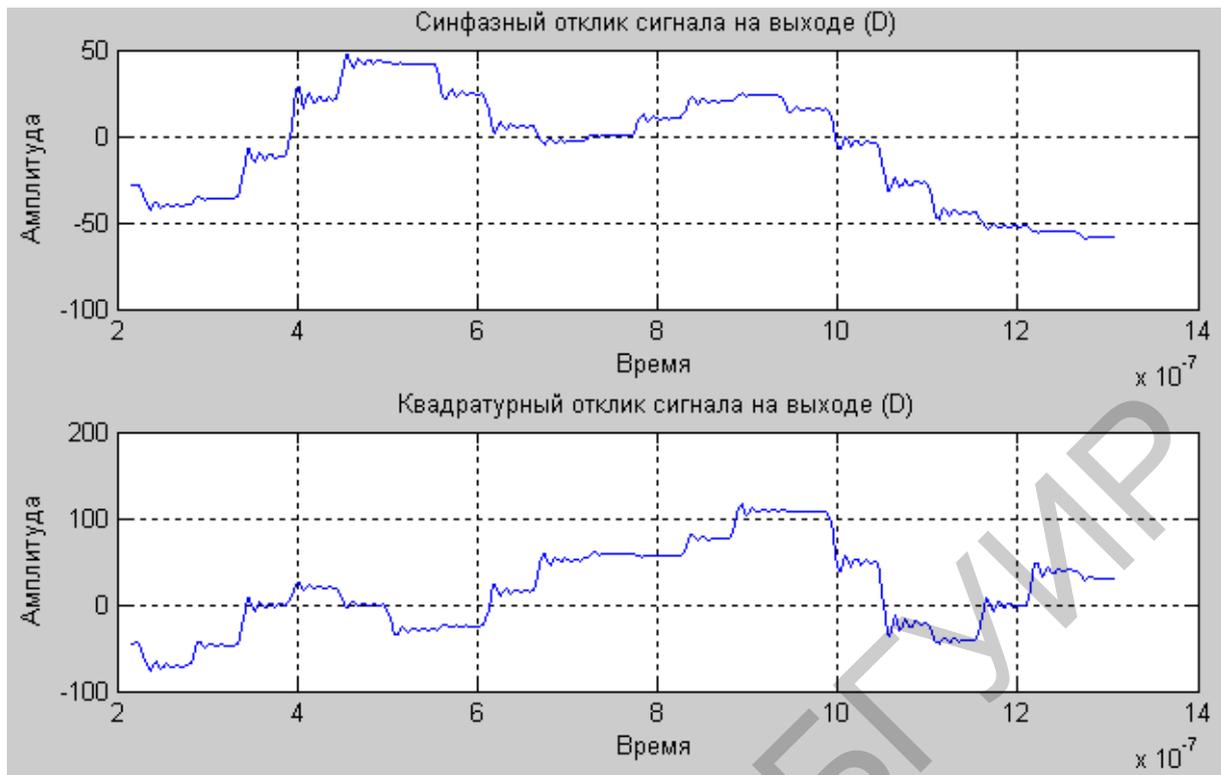


Рис. 19. Временной отклик сигнала *UOFT* на выходе (D)

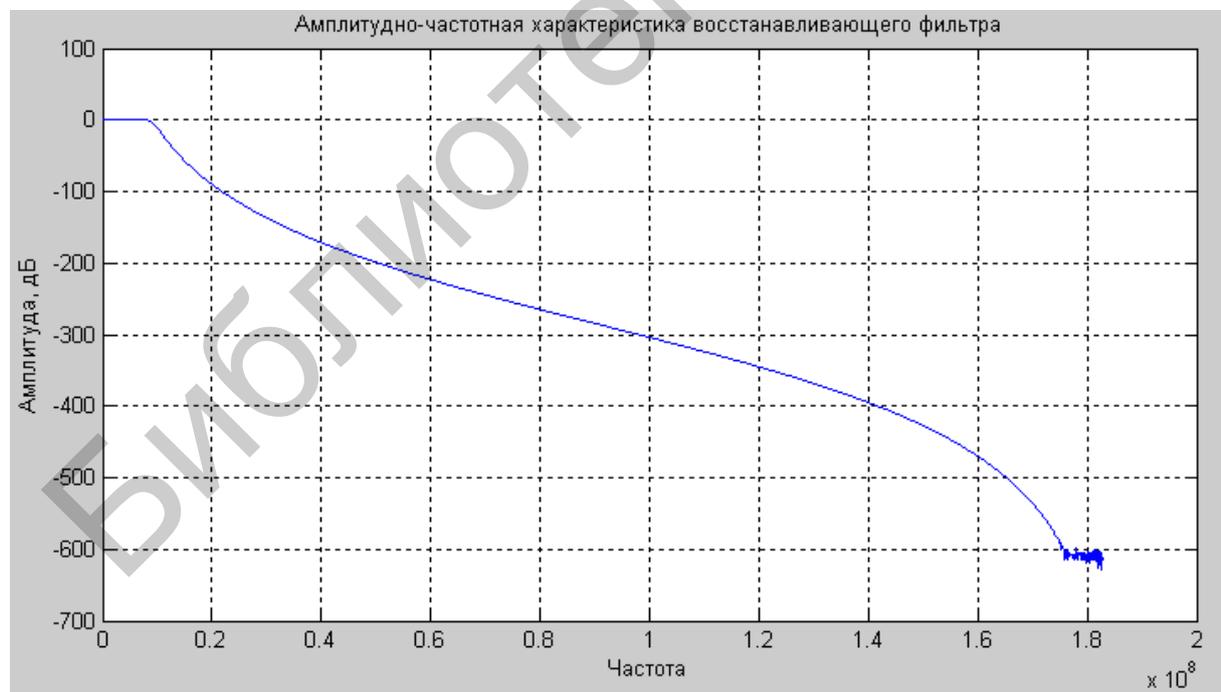


Рис. 20. Улучшенный вариант амплитудно-частотной характеристики восстанавливающего фильтра

Следующий шаг – преобразовать квадратурную мультиплексную модуляцию амплитуды с двумя боковыми полосами  $uoft(t)$ . В этой модуляции совпадающий по фазе сигнал  $m_I(t)$  и квадратурный сигнал  $m_Q(t)$  модулируются, используя формулу

$$s(t) = m_I(t) \cos(2\pi f_c t) + m_Q(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (13)$$

Уравнение (11) может быть записано следующим образом:

$$s(t) = \sum_{k=K_{\min}}^{K_{\max}} \operatorname{Re}(c_{0,0,k}) \cos \left[ 2\pi \left( \left( \frac{k - \frac{K_{\max} + K_{\min}}{2}}{T_u} \right) + f_c \right) t - \frac{\Delta}{T_u} \right] - \sum_{k=K_{\min}}^{K_{\max}} \operatorname{Im}(c_{0,0,k}) \sin \left[ 2\pi \left( \left( \frac{k - \frac{K_{\min} + K_{\max}}{2}}{T_u} \right) + f_c \right) t - \frac{\Delta}{T_u} \right], \quad (14)$$

где можно определить совпадающие по фазе сигналы и сигналы квадратуры как реальные и мнимые части  $c_{m,1,k}$  4-QAM символов соответственно.

Соответствующая операция для процесса IFFT:

$$s(t) = uoft_I(t) \cos(2\pi f_c t) - uoft_Q(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (15)$$

Временной и частотный отклики для полного сигнала,  $s(t)$ , показаны на рис. 21 и на 22. Можно наблюдать большие значения вышеупомянутых PAR во временном отклике на рис. 23.

Наконец, временной отклик, использующий прямое моделирование (11), показан на рис. 24, и частотные отклики прямого моделирования и  $2N - \text{IFFT}$  выполнения показаны на рис. 25. Прямое моделирование требует большого количества времени (приблизительно 10 минут на Sun Ultra 5, 333 МГц); поэтому, практическое применение должно использовать IFFT/FFT приближение. Прямое сравнение рис. 22 и рис. 24 показывает различия во временном выравнивании и амплитуде, и исследование частотных характеристик, показанных на рис. 25, открывает вариации амплитуд, но тесно относит к спектру. Нельзя ожидать идентичности сигналов, так как получаются различные результаты 1705 – IFFT по сравнению с 4096 – IFFT, используя одни и те же входные данные. Преобразование FFT и мощность квадратурного сигнала с OFDM на выходе (E) показаны на рис. 26.

## 1.7. Модуляция поднесущих

Говоря о передаче данных, мы до сих пор не касались вопроса о методе кодирования (модуляции), позволяющем в одном дискретном состоянии сигнала

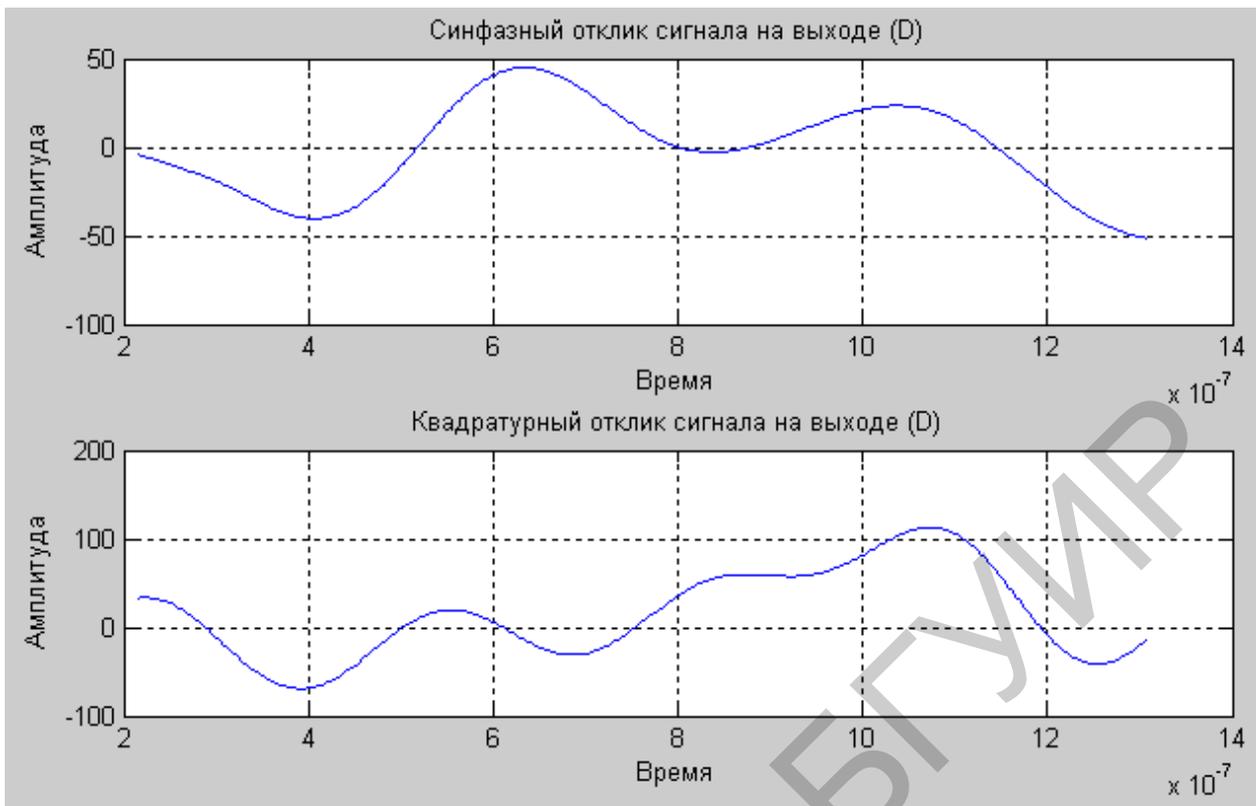


Рис. 21. Временной отклик сигнала *UOFT* на выходе (D) при улучшенной фильтрации

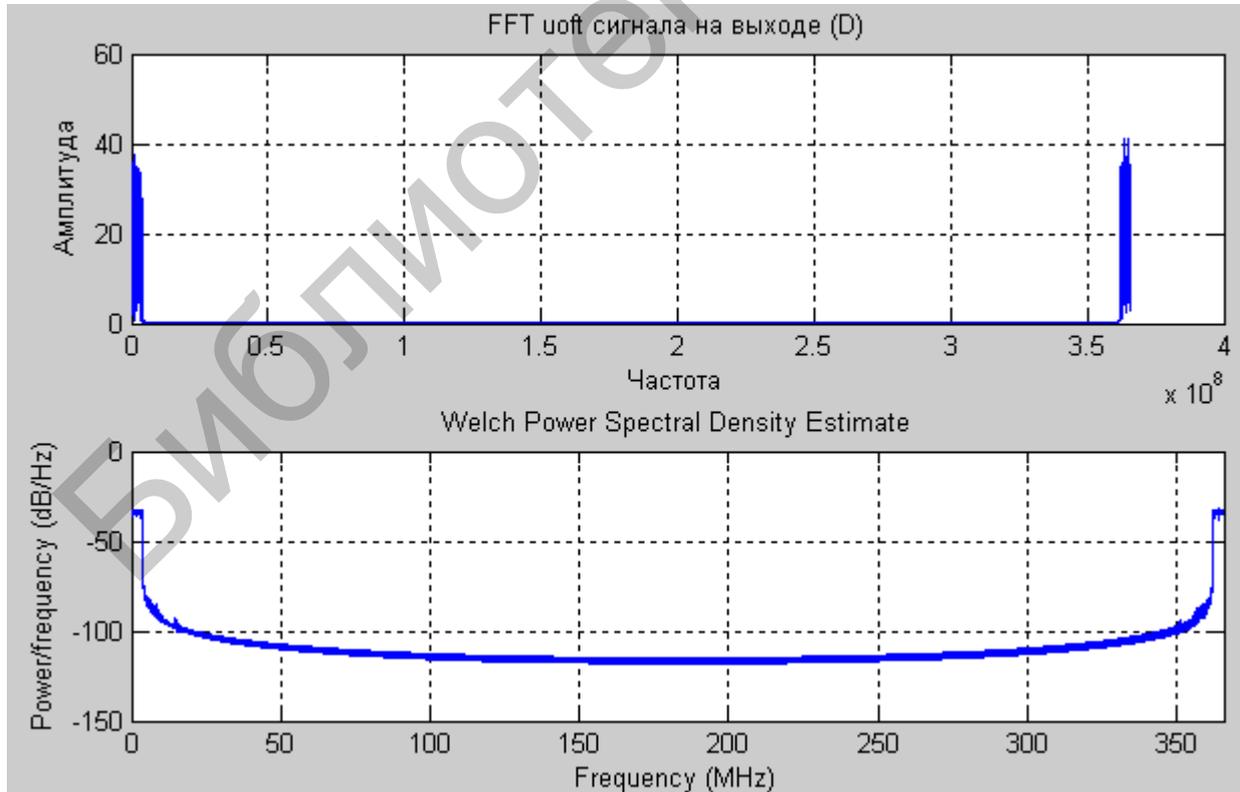


Рис. 22. Преобразование FFT и мощность сигнала *UOFT* на выходе (D)

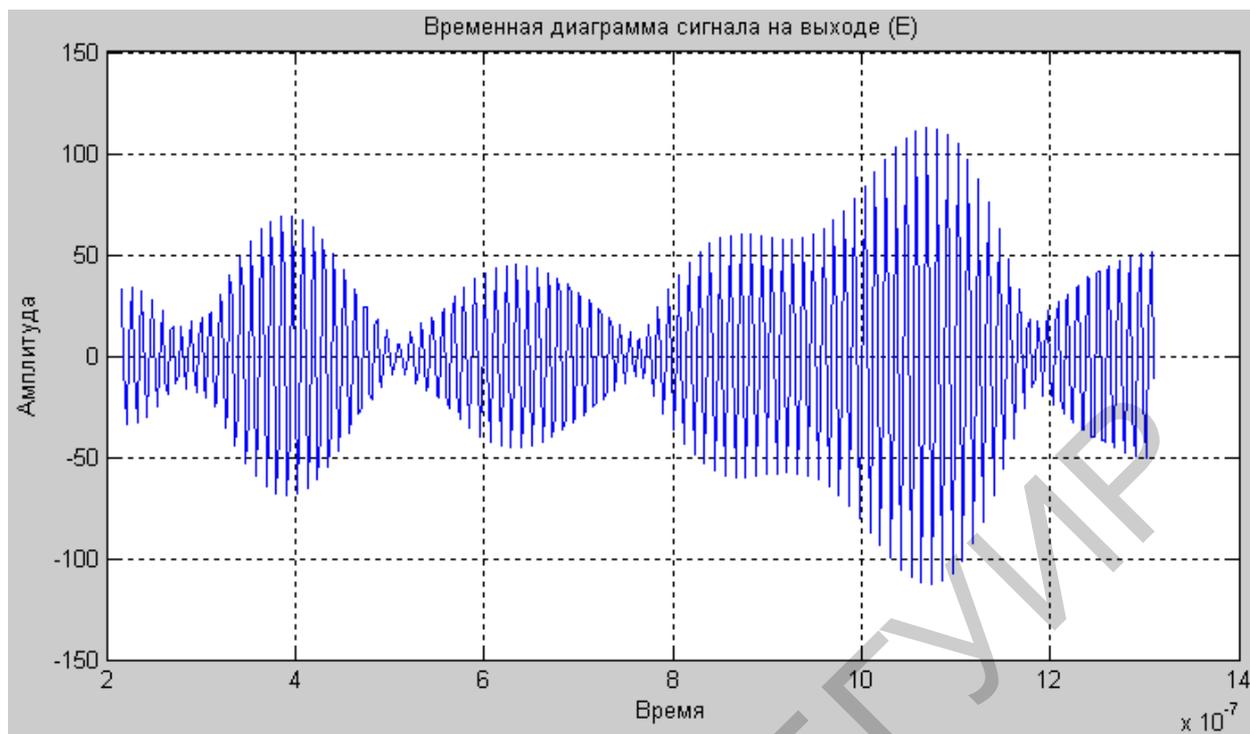


Рис. 23. Временная диаграмма сигнала на выходе (E)

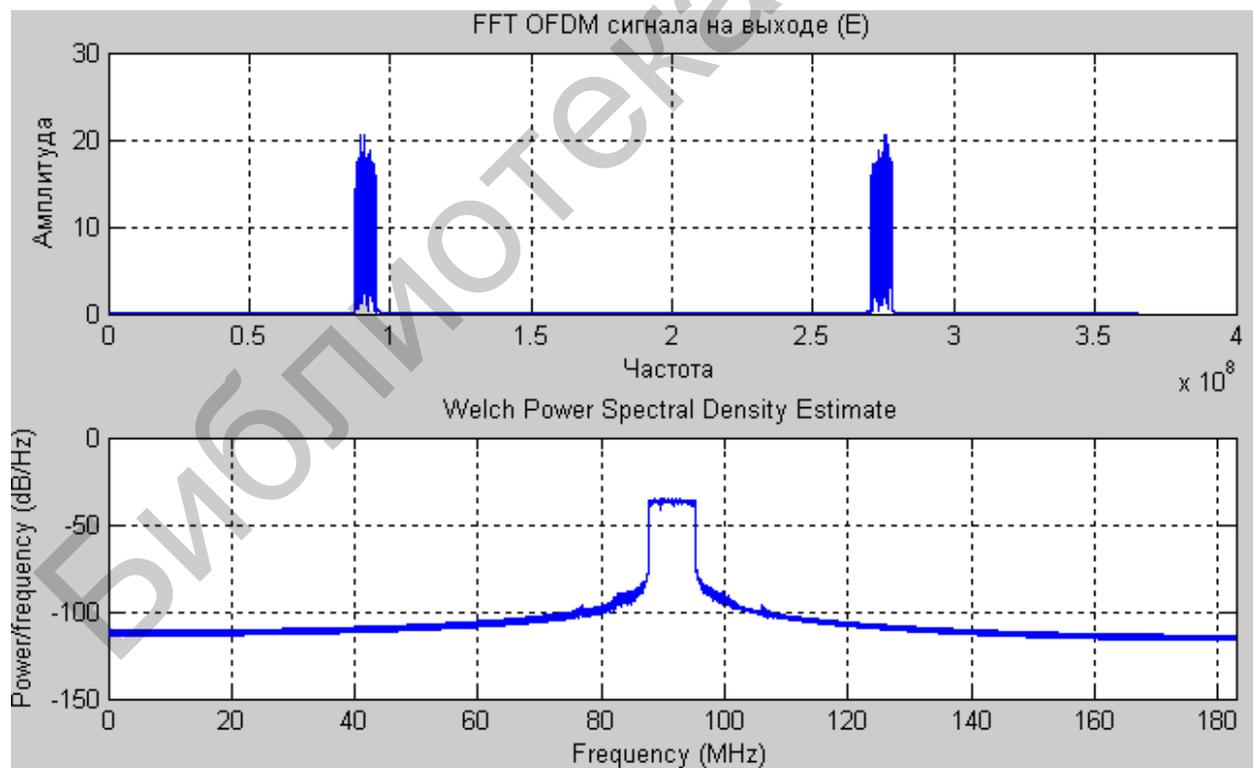


Рис. 24. Преобразование FFT и мощность сигнала с OFDM на выходе (E)

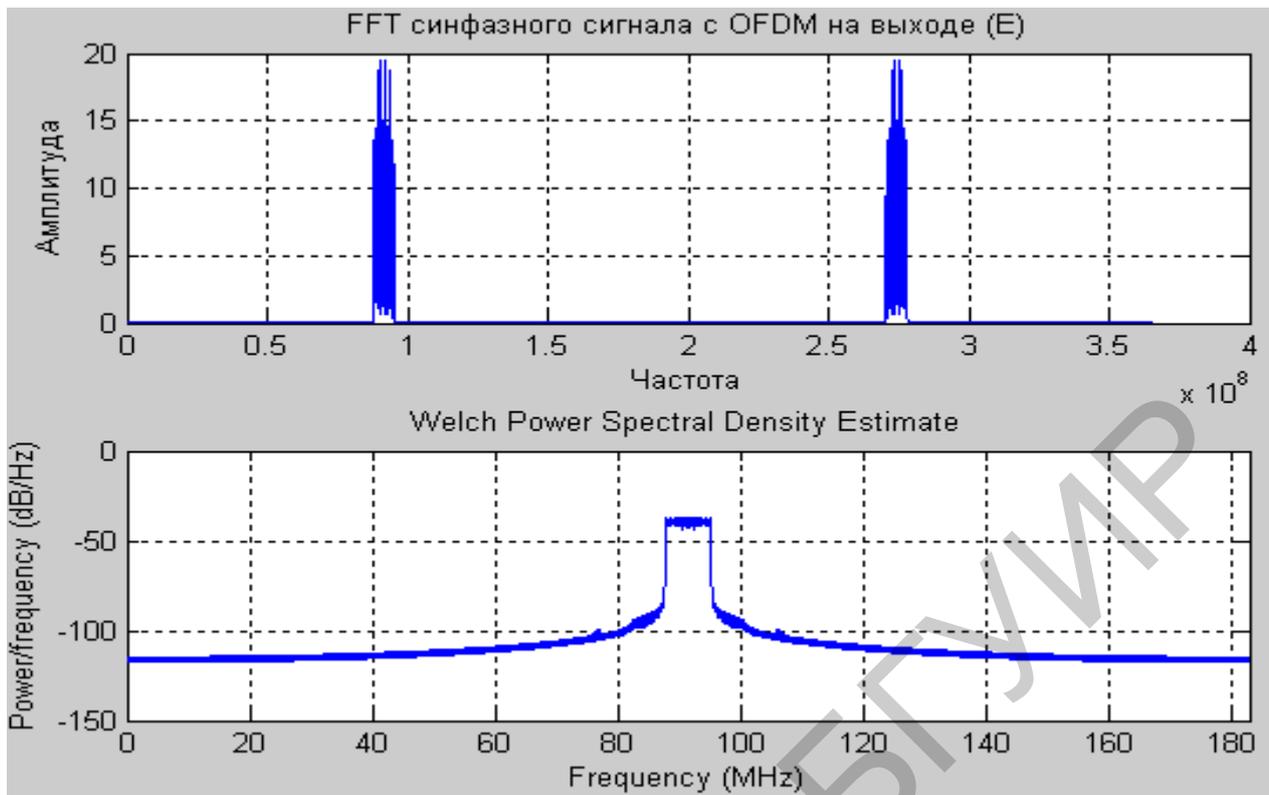


Рис. 25. Преобразование FFT и мощность синфазного сигнала с OFDM на выходе (E)

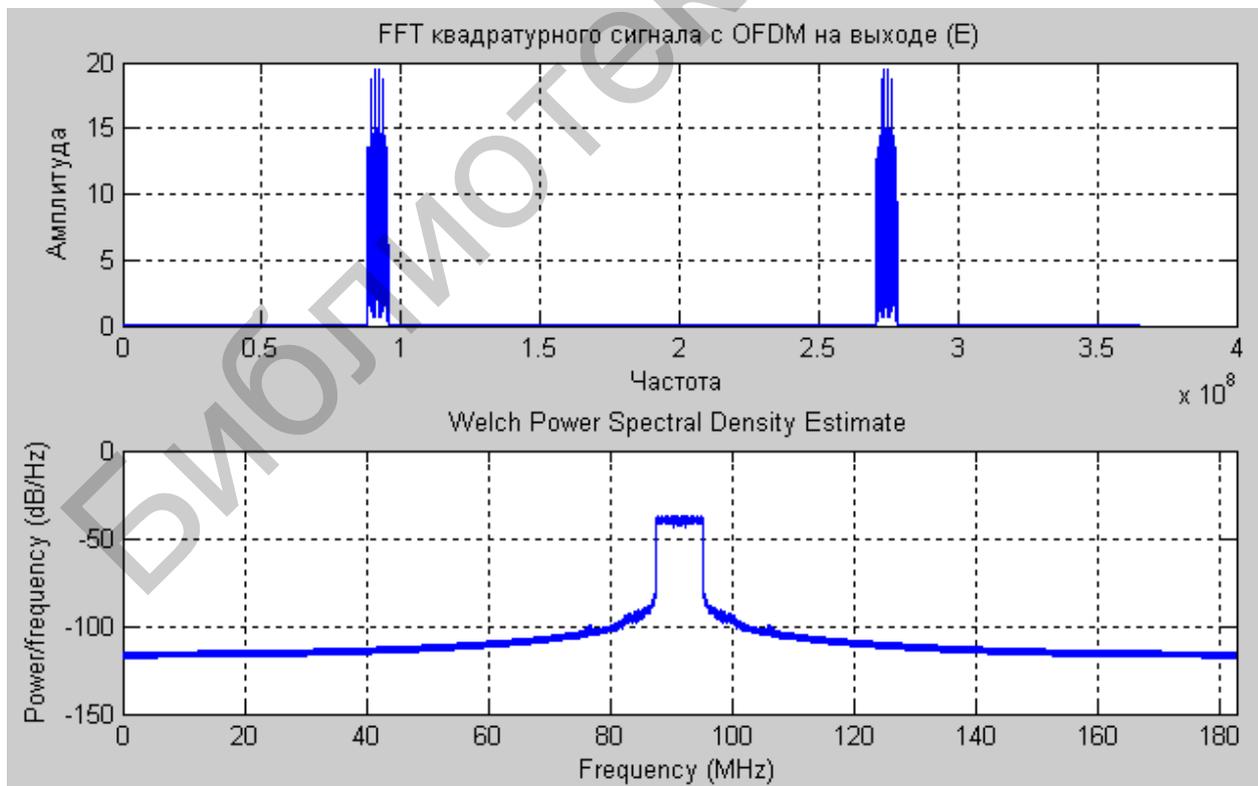


Рис. 26. Преобразование FFT и мощность квадратурного сигнала с OFDM на выходе (E)

(символе) закодировать несколько информационных битов. Напомним, что в протоколе 802.11b для кодирования использовалась либо двоичная (BPSK), либо квадратурная (QPSK) относительная фазовая модуляция. В протоколах 802.11a/g используются те же методы фазовой модуляции (только не относительные), т. е. двоичная и квадратурная фазовые модуляции BPSK и QPSK. При использовании BPSK-модуляции в одном символе кодируется только один информационный бит. Соответственно при использовании QPSK-модуляции, т. е. когда фаза сигнала может принимать четыре различных значения, в одном символе кодируется два информационных бита. Модуляция BPSK используется для передачи данных на скоростях 6 и 9 Мбит/с, а модуляция QPSK – на скоростях 12 и 18 Мбит/с.

Для передачи на более высоких скоростях используется квадратурная амплитудная модуляция QAM (Quadrature Amplitude Modulation). Данный тип модуляции подразумевает, что информация кодируется не только за счет изменения фазы сигнала, но и за счёт его амплитуды. В протоколе 802.11a используется модуляция 16-QAM и 64-QAM. В первом случае имеется 16 различных состояний сигнала, что позволяет закодировать 4 бита в одном символе. Во втором случае имеется уже 64 возможных состояния сигнала, что позволяет закодировать последовательность 6 битов в одном символе. Модуляция 16-QAM применяется на скоростях 24 и 36 Мбит/с, а модуляция 64-QAM – на скоростях 48 и 54 Мбит/с. Естественно возникает вопрос: почему при одном и том же типе модуляции возможны различные скорости передачи?

Рассмотрим, к примеру, модуляцию BPSK, при которой скорость передачи данных составляет 6 или 9 Мбит/с. Время длительности одного символа вместе с охранным интервалом составляет 4 мкс. Следовательно, частота следования импульсов составит 250 кГц. Учитывая, что в каждом подканале кодируется по одному биту, а всего таких подканалов 48, получим, что общая скорость передачи составит  $250 \text{ кГц} \times 48 \text{ каналов} = 12 \text{ МГц}$ . Однако далеко не все биты, кодируемые в символе, являются информационными. Для того чтобы обеспечить достоверность принимаемых данных, т. е. иметь возможность обнаруживать и исправлять ошибки, используют избыточную информацию и так называемое сверточное кодирование. Суть сверточного кодирования заключается в том, что к последовательности передаваемых битов добавляются служебные биты, значения которых зависят от нескольких предыдущих переданных битов. Использование сверточного кодирования в сочетании с алгоритмом Витерби позволяет не только обнаруживать, но и в подавляющем большинстве случаев исправлять ошибки передачи на приемной стороне.

Не вдаваясь в подробности сверточного кодирования, скажем лишь, что при скорости сверточного кодирования  $1/2$  на каждый информационный бит добавляется один служебный (избыточность равна 2). Именно по этой причине при скорости сверточного кодирования  $1/2$  информационная скорость вдвое меньше полной скорости. При скорости сверточного кодирования  $3/4$  на каждые три информационных бита добавляется один служебный, поэтому в данном случае полезная (информационная) скорость составляет  $3/4$  от полной скорости.

Из этого следует, что при использовании одного и того же типа модуляции могут получаться разные значения информационной скорости – все зависит от скорости сверточного кодирования. Так, при использовании BPSK-модуляции со скоростью сверточного кодирования 1/2 получаем информационную скорость 6 Мбит/с, а при использовании сверточного кодирования со скоростью 3/4 – 9 Мбит/с. Аналогичным образом каждому типу модуляции соответствуют две различные скорости передачи.

## 2. Подготовка к выполнению лабораторной работы

1. Изучить краткие теоретические сведения, приведенные в описании этой лабораторной работы.
2. Изучить по конспекту лекций структуру сигналов с OFDM.
3. Получить представление о принципе работы цифровой системы, использующей сигналы с OFDM, описано в кратких теоретических сведениях.
4. По документации к системе MATLAB изучить используемые в приведенной ниже программе функции.

## 3. Порядок выполнения работы

Включите ЭВМ, войдите в пакет MATLAB, выполните коды следующей программы.

```
%Передача DVB-T 2К, доступная полоса пропускания составляет 8 МГц
%2К, предназначен для мобильных услуг;
>>clear all;
>>close all;
%Параметры сигнала DVB-T формата 2к
>>Tu=224e-6; %полезная часть периода OFDM-символа
>>T=Tu/2048; %основной элементарный период
>>G=0; %выбор из 1/4, 1/8, 1/16, и 1/32
>>delta=G*Tu; %длительность защитного интервала

>>Ts=delta+T; %общая длительность периода OFDM-символа
>>Kmax=1705; %число поднесущих
>>Kmin=0;
>>FS=4096; %длина IFFT/FFT
>>q=10; %отношение периода несущей к элементарному периоду
>>fc=q*1/T; %частота несущей
>>Rs=4*fc; %период моделирования
>>t=0:1/Rs:Tu;

                                     %Данные генератора(A)
>>M=Kmax+1;
>>rand('state',0);
>>a=-1+2*round(rand(M,1)).'+i*(-1+2*round(rand(M,1))).';
>>A=length(a);
>>info=zeros(FS,1);
>>info(1:(A/2))=[a(1:(A/2)).']; %вставка нулей
>>info((FS-(A/2)-1):FS)=[a(((A/2)+1):A).'];
                                     %Генерирование поднесущих
>>carriers=FS.*ifft(info,FS);
>>tt=0:T/2:Tu;
```

```

>>figure(1);
>>subplot(211);
>>stem(tt(1:20),real(carriers(1:20)));
>>subplot(212);
>>stem(tt(1:20),imag(carriers(1:20)));
>>figure(2);
>>f=(2/T)*(1:(FS))/(FS);
>>subplot(211);
>>plot(f,abs(fft(carriers,FS))/FS);
>>subplot(212);
>>pwelch(carriers,[],[],[],2/T);

```

%Формирование массива нулей zeros(n): формирует массив нулей  
%размера (n,n). Zeros (FS,1)формирует одномерный массив с числом %элементов FS=4096, заполненный нулями.

%Формирование массива элементов, распределенных по  
%равномерному закону X=rand(n) – формирует массив размером n<sub>xn</sub>, %элементами которого являются случайные величины, распределенные %по равномерному закону в интервале (0,1).

%Функция rand ('state', a) означает: установить

%генератор в начальное состояние

% rand (M,1) формирует массив размером 1706x1.

%D/A simulation

```

>> L=length(carriers);
>> chips=[carriers.';zeros((2*q)-1,L)];
>> p=1/Rs:1/Rs:T/2;
>> g=ones(length(p),1); %pulse shape
>> figure(3)
>> stem(p,g);
>> dummy=conv(g,chips(:));
>> u=[dummy(1:length(t))];
>> figure(4)
>> subplot(211);
>> plot(t(1:400),real(u(1:400)));
>> subplot(212);
>> plot(t(1:400),imag(u(1:400)));
>> subplot(211);
>>plot(t(1:400),real(u(1:400)));
>> figure(5);
>> ff=(Rs)*(1:(q*FS))/(q*FS);%40960 sample
>> subplot(211);
>> plot(ff,abs(fft(u,q*FS))/FS);
>> subplot(212);
>> pwelch(u,[],[],[],Rs);
>> [b,a]=butter(13,1/20);
>> [H,F]=freqz(b,a,FS,Rs);
>> figure(6);
>> plot(F,20*log10(abs(H)));
>> uoft=filter(b,a,u);%baseband signal (D)
>> figure(7)
>> subplot(211);
>> plot(t(80:480), real(uoft(80:480)));
>> subplot(212);
>> plot(t(80:480), imag(uoft(80:480)));
>> figure(8);
>> subplot(211);
>> plot(ff,abs(fft(uoft,q*FS))/FS);
>> subplot(212)
>> pwelch(uoft,[],[],[],Rs);
>> % Upconverter
>> s_tilde=(uoft.').*exp(i*2*pi*fc*t);

```

```

>> s=real(s_tilde);%passband signal
>> figure(9);
>> plot(t(80:480),s(80:480));
>> figure(10);
>> subplot(211);
>> plot(ff,abs(fft(s,q*FS))/FS);
>> subplot(212)
>> pwelch(s,[],[],Rs);
>> figure(31);
>> subplot(211);
>> >>plot(ff,abs(fft((real(uoft).)*cos(2*pi*fc*t)),q*FS))/FS);
>>xlabel('Частота');
>>ylabel('Амплитуда');
>>title('FFT синфазного сигнала с OFDM на выходе (E)');
>>grid on;
>>subplot(212);pwelch(((real(uoft).)*cos(2*pi*fc*t)),[],[],Rs);
>> figure(32);
>> subplot(211);
>> plot(ff,abs(fft((real(uoft).)*sin(2*pi*fc*t)),q*FS))/FS);
>> xlabel('Частота');ylabel('Амплитуда');title('FFT квадратурного сигнала с OFDM на выходе (E)');grid
on;
>> subplot(212);pwelch(((real(uoft).)*sin(2*pi*fc*t)),[],[],Rs);

```

#### 4. Оформление отчета о выполненной работе

1. Приведите оформленные результаты работы в виде графических зависимостей с пояснениями к использованным командам MATLAB и идеям формирования сигналов с OFDM.

2. Убедитесь в том, что сигнал с OFDM обладает почти прямоугольным спектром, что очень хорошо видно при выполнении данной работы, несмотря на то, что в этой работе использовалось созвездие, состоящее всего только из 4 точек.

3. Рассчитайте абсолютные величины частот сгенерированных сигналов с OFDM.

4. Рассчитайте длительность используемого в работе символа.

5. Прodelайте по своему усмотрению ряд измерений при других значениях параметров.

6. Объясните назначение фильтров при формировании сигналов с OFDM.

7. Рассмотрите выполнение этой работы с учетом длительности защитного интервала, одной из тех, что рекомендуются стандартом.

#### 5. Контрольные вопросы

1. В чем заключается принцип формирования сигнала с OFDM?
2. Что представляет собой проблема многолучевого распространения?
3. Опишите структуру сигнала с OFDM.
4. Опишите структуру передающей части цифровой телевизионной системы.
5. Какую роль играет прямое преобразование Фурье в передающей части цифровой телевизионной системы?

6. В чем заключается процесс модуляции поднесущих в передающей части цифровой телевизионной системы?

7. Опишите составные части модели генерирования OFDM-сигнала.

8. Выполнение каких основных процессов предусматривает модель генерирования сигнала с OFDM, изучаемая в данной лабораторной работе?

9. В чем заключается преобразование мультиплексной модуляции амплитуды с двумя боковыми полосами?

10. В чем заключается суть сверточного кодирования, используемого в модели передающей части цифровой телевизионной системы, изучаемой в данной лабораторной работе?

11. Какими амплитудно-частотными характеристиками обладает восстанавливающий фильтр, используемый в данной лабораторной работе?

12. Какова длительность используемого в данной работе символа?

Библиотека БГУИР

## Лабораторная работа №8

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЕМНОЙ ЧАСТИ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С OFDM-СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MATLAB

## 1. Краткие теоретические сведения

### 1.1. Моделирование приемной части цифровой системы связи

В этом подразделе лабораторной работы сначала изучим основы работы приемников цифровых систем связи. Здесь будут рассмотрены описание теоретических моделей процессов, происходящих в приемниках цифровых систем связи, а также принципы моделирования работы системы связи в SIMULINK при различных начальных условиях.

Для моделирования приемной части системы связи необходимо использовать следующие блоки SIMULINK:

*Error Rate Calculator* – блок подсчета количества ошибок при приеме информации;

*Display* – блок отображения информации (сигналов);

*To Workspace* – блок вывода данных в среду MATLAB;

*Gain* – усилитель сигнала;

*Raised Cosine Receive Filter* – приемный фильтр с характеристикой поднятого косинуса;

*Downsample* – блок понижения частоты дискретизации;

*Add* – блок суммирования/вычитания сигналов;

*Constant* – источник неизменяемого сигнала (константа);

*Complex to Real-Imag* – блок выделения реальной и мнимой части комплексного сигнала;

*Product* – блок перемножения/деления сигналов;

*Minimum* – блок поиска минимального значения вектора/матрицы сигналов;

*n-D Lookup Table* – блок  $n$ -размерной таблицы соответствий (таблицы истинности);

*Scope* – осциллограф;

*Discrete-Time Eye Diagram Scope* – блок отображения глазковой диаграммы сигнала;

*Discrete-Time Signal Trajectory Scope* – блок отображения траектории вектора комплексной огибающей сигнала на плоскости;

*Discrete-Time Scatter Plot Scope* – блок отображения диаграммы рассеяния сигнала;

*Subsystem* – подсистема, позволяющая оформить часть модели в виде отдельного блока;

*Spectrum Scope* – анализатор спектра сигнала.

На рис. 1 показан вид законченной модели системы цифровой связи в SIMULINK.

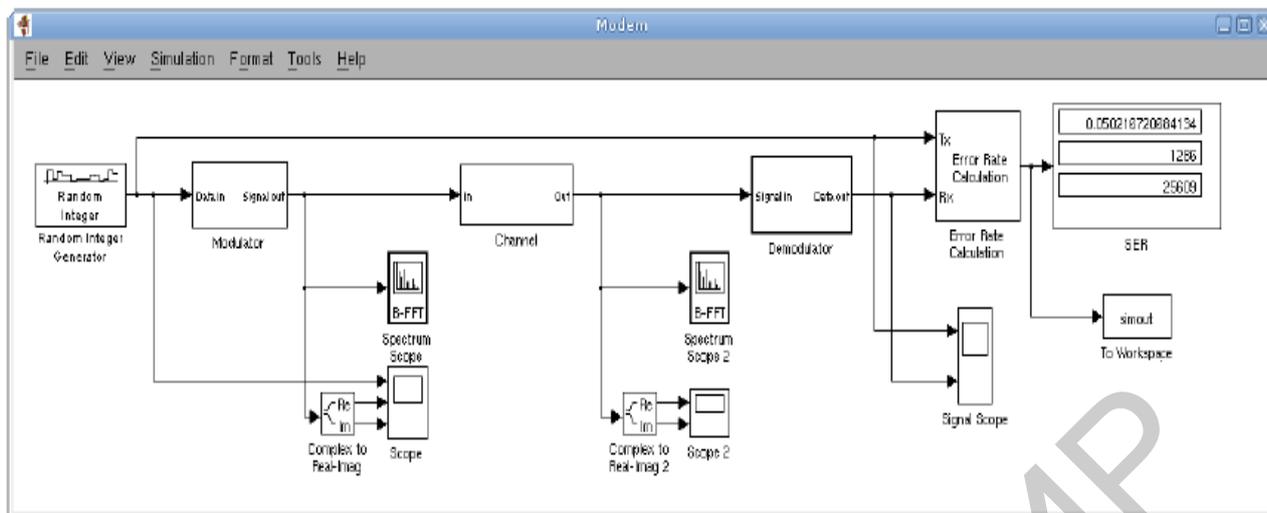


Рис. 1. Законченная модель системы цифровой связи

Блок приемной части модели системы связи показан на рис. 2. Коэффициент усиления  $Gain$  выбирается обратным коэффициенту усиления в передатчике. Согласованная фильтрация сигнала выполняется при помощи фильтра с характеристикой корень из приподнятого косинуса (*Raised Cosine Receiver Filter*) со следующими настройками: тип фильтра (*Filter Type*) – корень из приподнятого косинуса (*Square Root*); количество входных отсчетов на один символ (*Input samples per symbol (N)*) – 8; групповая задержка, определяющая длину ИХ фильтра, (*Group Delay*) – 5 символов; коэффициент скругления (*Rolloff Factor*) – 0.8; коэффициент понижения частоты дискретизации (*Output Mode*) – *None*; характер обработки сигнала (*Input Processing*) – *sample based*. Перед понижением частоты дискретизации блоком *Downsample* сигнал выводится на блок отображения глазковой диаграммы и блок отображения траектории вектора комплексной огибающей сигнала.

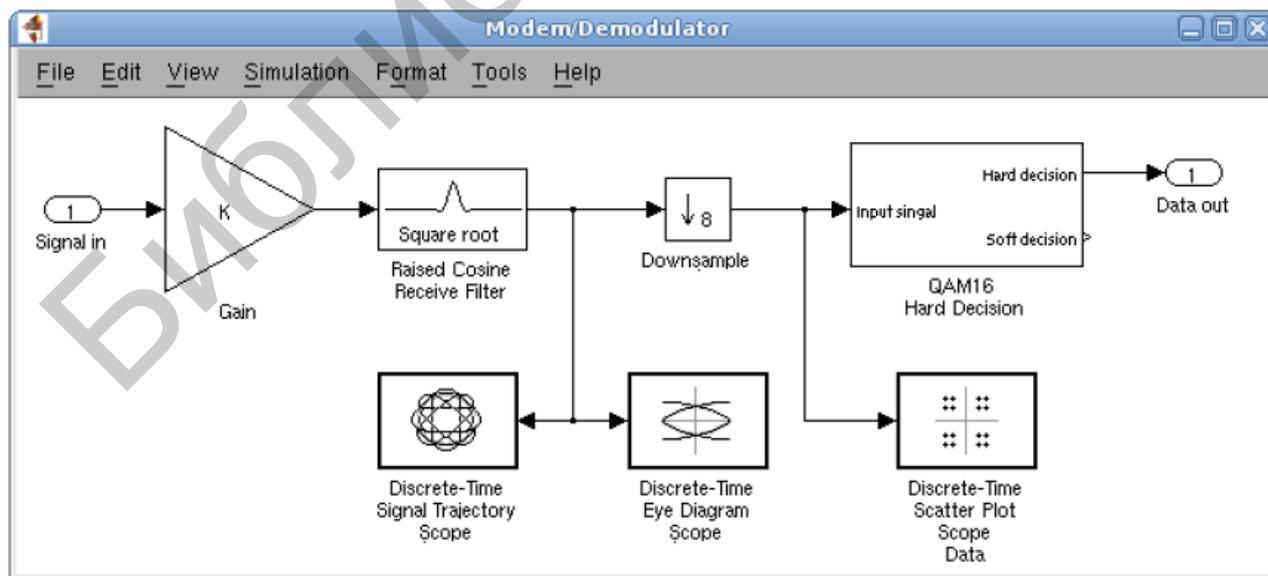


Рис. 2. Схема согласованной фильтрации и децимации сигнала

Демодуляция сигнала осуществляется на основе подсчета метрик и выполняется в виде универсального демодулятора (рис. 3). Матрица (вектор) созвездия задается при помощи константы (*Constellation* на рис. 2). Поиск минимального значения метрики осуществляется при помощи блока *Minimum*.

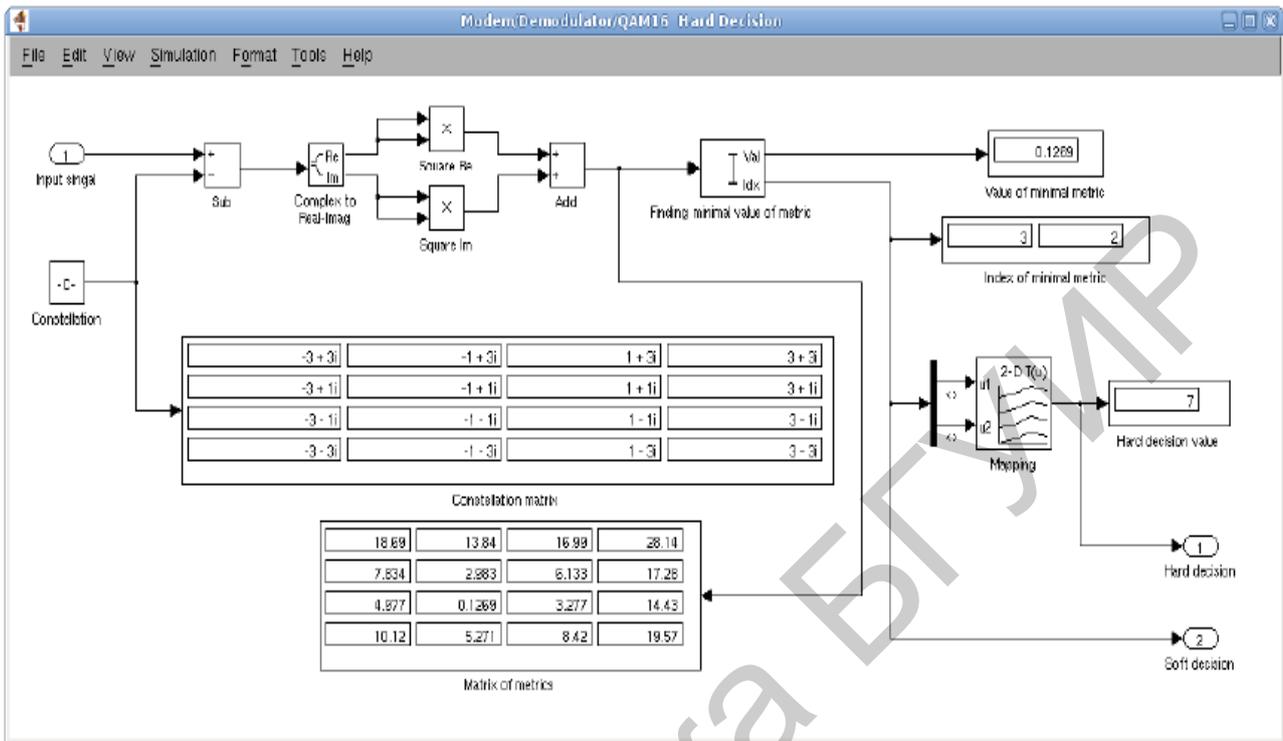


Рис. 3. Демодулятор сигнала

Соответствие между индексом минимальной метрики и символом задается в блоке *n-D Lookup Table* (рис. 4).

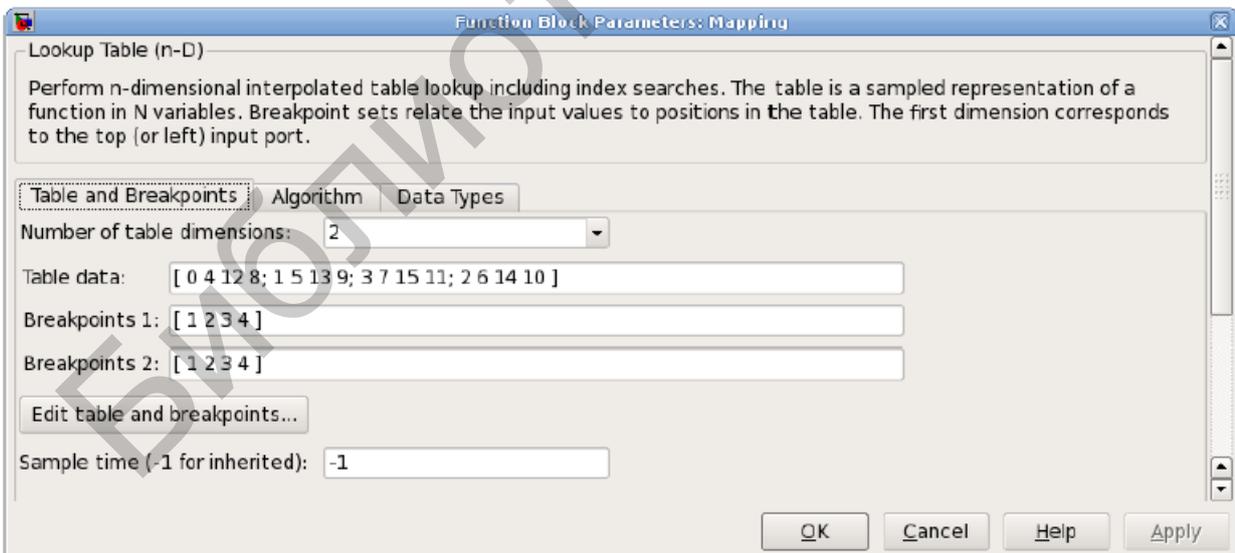


Рис. 4. Определение соответствий между индексами матрицы созвездия и символами (для QAM16)

На рис. 4 показаны диаграммы принимаемого сигнала с выхода согласованного фильтра при отсутствии шумов, без частотного и фазового рассогласования и

без задержки в канале связи. Из рисунков хорошо видно, что на принимаемое созвездие практически не оказывает влияние межсимвольная интерференция.

Добавление к сигналу шума АБГШ приводит к размытию точек в созвездии и повышению вероятности ошибки при приеме сигнала (рис. 5).

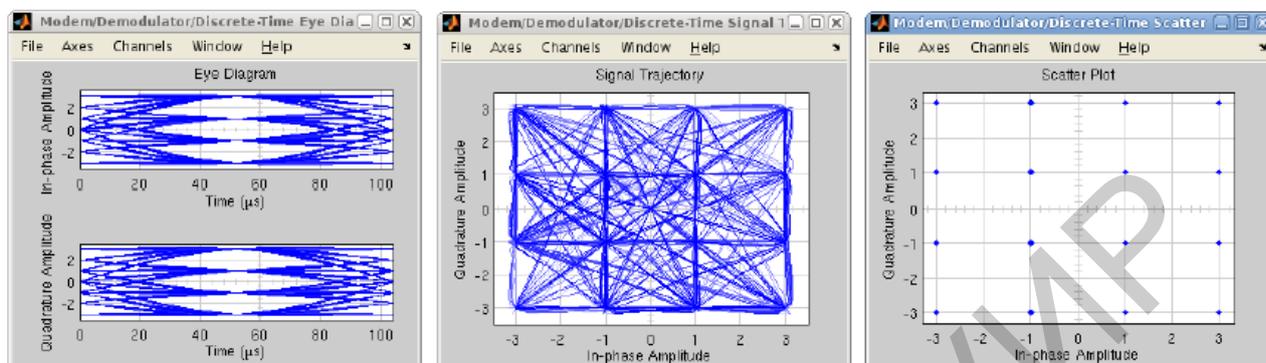


Рис. 5. Согласованный прием сигнала

Частотное рассогласование приводит к вращению сигнального созвездия, что показано на рис. 6. Фазовое рассогласование приводит к повороту сигнального созвездия (рис. 7). Рассинхронизация приемника по символьной частоте приводит к размытию созвездия (рис. 8).

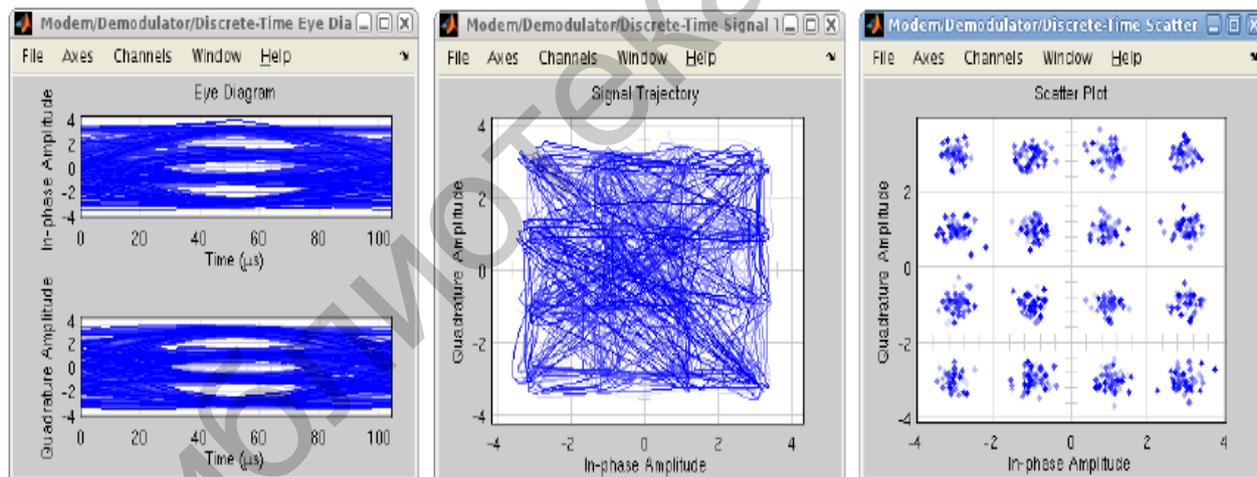


Рис. 6. Воздействие шума АБГШ на принимаемый сигнал

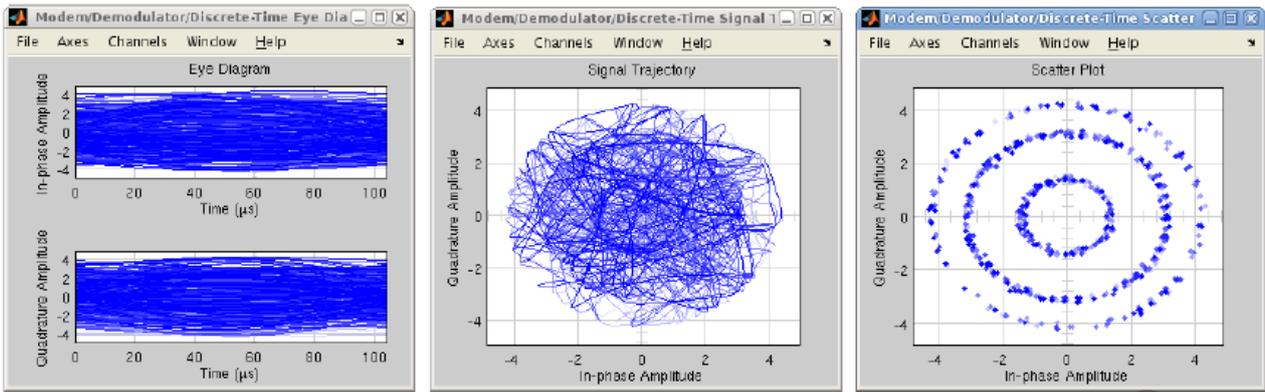


Рис. 7. Результат частотного рассогласования при приеме

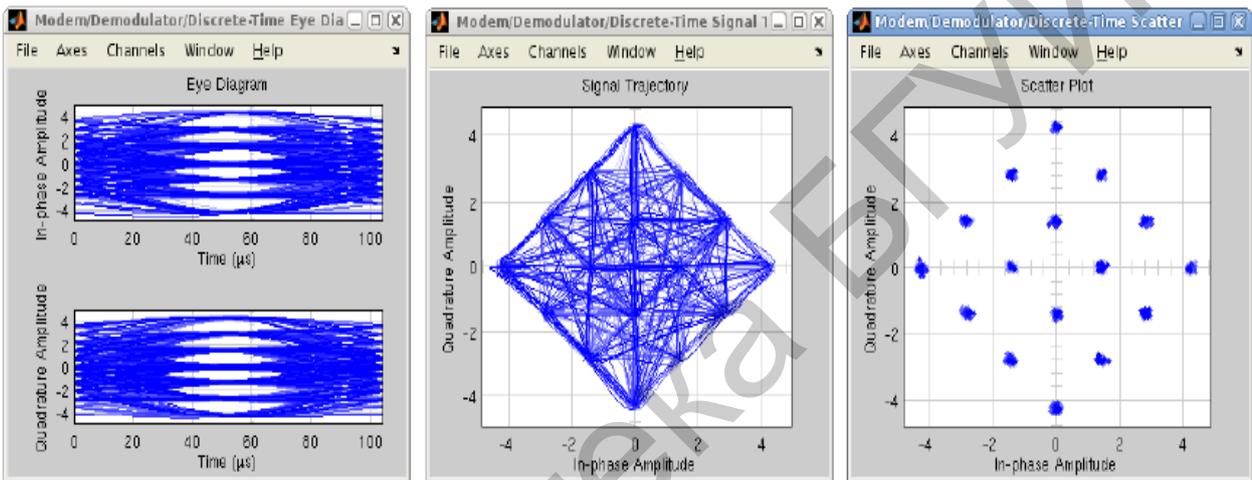


Рис. 8. Результат фазового рассогласования при приеме

На рис. 9 показаны осциллограммы передаваемого и принимаемого сигналов. Нетрудно подсчитать, что общая задержка в системе связи равна 10 периодам следования импульсов данных. Данную задержку нужно учесть в блоке подсчета количества ошибок передачи информации (*Error Rate Calculator – Receive Delay*).

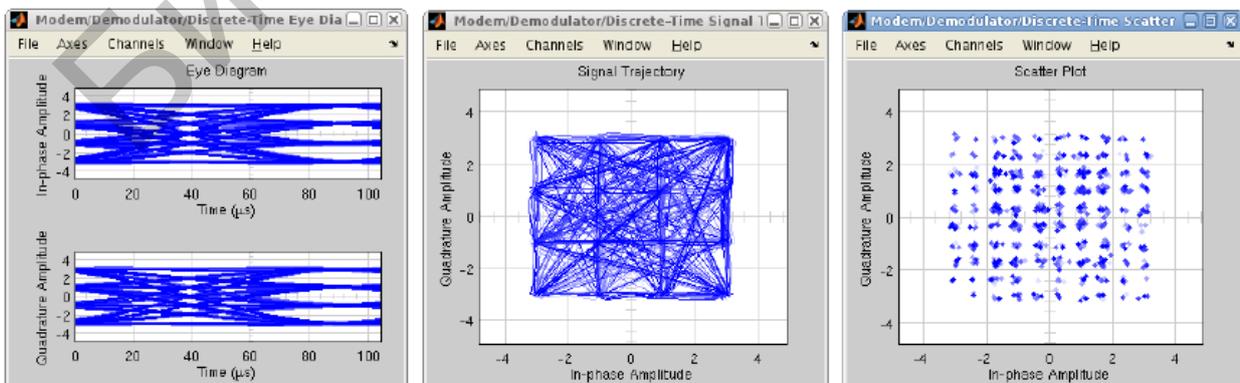


Рис. 9. Результат рассогласования по символьной частоте при приеме

Сопоставление переданного и принятого сигналов показано на рис.10.

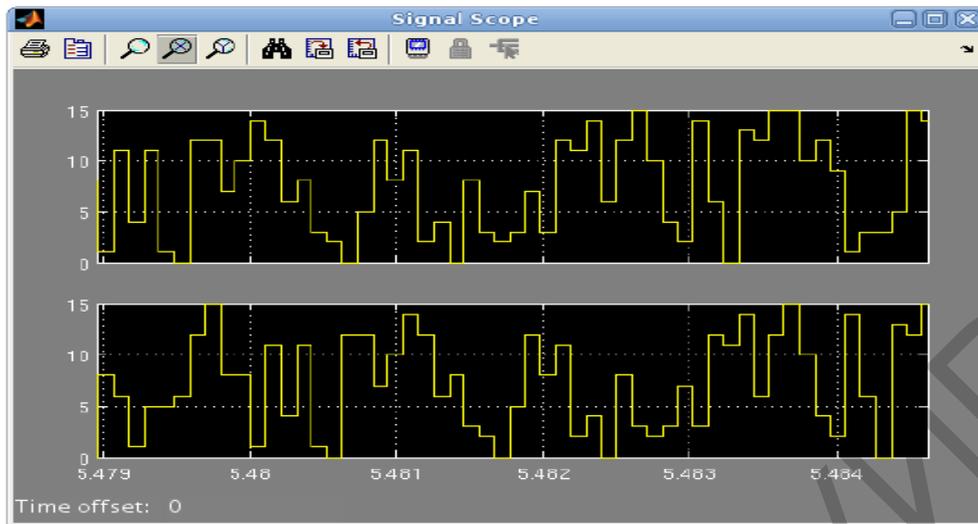


Рис. 10. Сопоставление переданного и принятого сигналов

### Выполнение моделирования приемной части цифровой системы связи

1. Согласно приведенным выше рисункам и описанию, создайте модель законченной системы связи в Simulink, изображенной на рис. 1. Убедитесь в ее работоспособности.

2. Установите нулевое частотное и фазовое рассогласование. Задайте нулевую дробную задержку в канале связи. Установите ОСШ равным 0 дБ, оцените статистическую вероятность появления ошибки при помощи блока *Error Rate Calculator*. Увеличивайте ОСШ с шагом 5 дБ до достижения значения вероятности символьной ошибки не более  $10^{-5}$ . Проведите ряд дополнительных измерений (не менее 5 точек) в области низких вероятностей символьной ошибки ( $10^{-2} \dots 10^{-5}$ ). Данные занесите в таблицу и постройте график. Сохраните для отчета все графики, полученные в ходе моделирования.

3. Проведите моделирование согласно п. 2 при фазовом рассогласовании  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $85^\circ$ ,  $175^\circ$ . Данные занесите в таблицу и постройте график зависимости символьной ошибки от фазового рассогласования. При необходимости скорректируйте диапазон углов фазового рассогласования для конкретного вида манипуляции.

4. Проведите моделирование согласно п. 2 при дробной задержке в канале связи 0,1, 0,5, 1,0, 3,9. Данные занесите в таблицу и постройте график зависимости символьной ошибки от дробной задержки в канале связи. При необходимости скорректируйте диапазон задержек для конкретного вида манипуляции.

5. По результатам выполнения моделирования составьте отчет, который должен содержать: цели и задачи работы, вид модели в Simulink, таблицы и графики, полученные при выполнении пп. 2, 3 и 4, выводы по результатам моделирования.

## 1.2. Построение OFDM-сигналов

В системах широкополосного беспроводного доступа (ШБД) основным разрушающим фактором для цифрового канала являются помехи от многолуче-

вого приема. Этот вид помех весьма характерен для эфирного приема в городах с разноэтажной застройкой из-за многократных отражений радиосигнала от зданий и других сооружений.

Радикальным решением этой проблемы является применение технологии ортогонального частотного мультиплексирования OFDM, которая специально разработана для борьбы с помехами при многолучевом приеме. Разновидность технологии – метод COFDM (сочетание канального кодирования, аббревиатура C, и OFDM) – хорошо известен и широко используется в цифровых системах радиовещания (DAB) в Европе, Канаде и Японии.

При OFDM последовательный цифровой поток преобразуется в большое число параллельных потоков (субпотоков), каждый из которых передается на отдельной несущей, более подробно структура сигнала с OFDM показана на рис. 11.

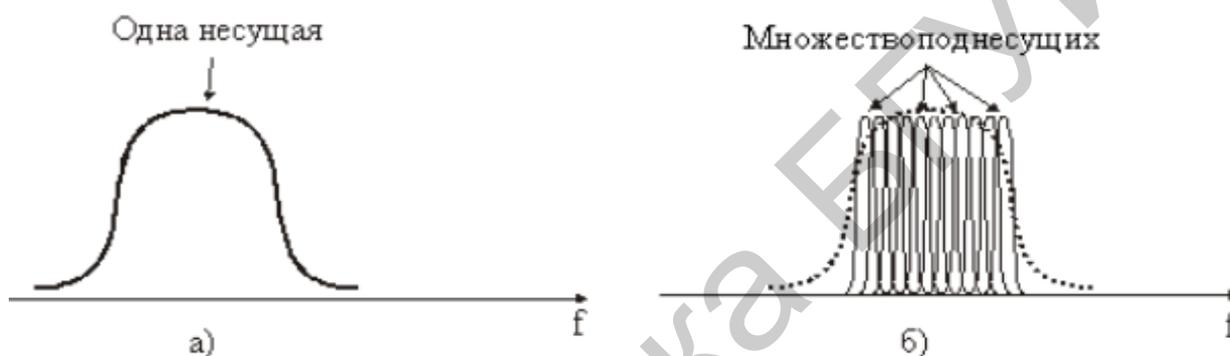


Рис. 11. Спектр радиосигнала с одной несущей (а) и с OFDM (б)

Частотный разнос  $\Delta f$  между соседними несущими  $f_1, f_2 \dots f_n$  в групповом радиоспектре OFDM выбирается из условия возможности выделения в демодуляторе индивидуальных несущих. При этом возможно применение двух методов частотного разделения (демультиплексирования) несущих. Во-первых, с помощью полосовых фильтров и, во-вторых, с помощью ортогональных преобразований сигналов.

В первом случае частотный разнос между модулированными несущими выбирается таким, чтобы их соседние боковые полосы взаимно не перекрывались. Это условие будет выполнено, если величину частотного разноса выбрать равной  $\Delta f > 2/T_U$ , где  $T_U$  – рабочий интервал информационного символа. Однако при этом эффективность использования радиоспектра будет невысокой.

Напротив, стандарт OFDM характеризуется сильным перекрытием спектров соседних поднесущих, что позволяет уменьшить в два раза значение частотного разноса и во столько же раз повысить плотность передачи цифровой информации (бит/с)/Гц. Благодаря ортогональному методу демодуляции поднесущих группового спектра происходит компенсация помех от соседних частот, несмотря на то что их боковые полосы взаимно перекрываются.

Для выполнения условий ортогональности необходимо, чтобы частотный разнос между несущими был постоянен и точно равен значению  $\Delta f = 1/T_U$ , т. е.

на интервале  $T_U$  должно укладываться целое число периодов разностной частоты  $f_2 - f_1$ . Выполнение этого соотношения достигается введением в модем OFDM двух видов сигналов синхронизации: сигналов для синхронизации несущих частот группового спектра и сигналов для синхронизации тактовых частот функциональных блоков демодулятора.

Группа несущих частот, которая в данный момент времени переносит биты параллельных цифровых потоков, называется «символом OFDM». Благодаря тому, что используется большое число параллельных потоков, длительность символа в параллельных потоках оказывается существенно больше, чем в последовательном потоке данных. Это позволяет в декодере задержать оценку значений принятых символов на время, в течение которого изменения параметров радиоканала из-за действия эхо-сигналов прекратятся, и канал станет стабильным.

Таким образом, при OFDM временной интервал символа субпотока  $TS$  делится на две части – защитный интервал  $TG$ , в течение которого оценка значения символа в декодере не производится, и рабочий интервал символа  $TU$ , за время которого принимается решение о значении принятого символа. Для правильной работы системы эхоподавления необходимо, чтобы защитные интервалы находились в начале символов субпотоков, т. е. в защитном интервале продолжается модуляция несущей предшествующим символом.

Технически метод OFDM реализуется путем выполнения инверсного дискретного преобразования Фурье (Fast Fourier Transform, FFT) в модуляторе передатчика и прямого дискретного преобразования Фурье – в демодуляторе приемника приемопередающего устройства.

Каждый OFDM-символ передается за время  $T_s$  и представляет собой совокупность  $K$  несущих, равномерно распределенных в заданном частотном диапазоне.

Длительность символа представляет собой сумму двух частей:

- полезная часть, длительность которой равна  $T_u$ ;
- защитный интервал; его длительность равна  $T_g$ .

Расстояние между соседними несущими OFDM-сигнала равна  $1/T_u$ .

Защитный интервал располагается перед полезной частью символа. В нем размещается фрагмент полезной части символа. Введение защитных интервалов в OFDM-символы позволяет бороться с межсимвольной интерференцией в радиоканалах с многолучевым распространением сигналов и подверженных эффекту Доплера.

OFDM-символы в кадре передачи нумеруются от 0 до  $N_s - 1$ . Все символы содержат данные и опорную информацию.

При наличии многолучевого распространения и частотно-селективных замираний в радиоканалах DRM часть несущих, входящих в OFDM-сигнал, может быть ослаблена или вообще исчезнуть. При этом, однако, информация, содержащаяся в таких несущих, во многих случаях может быть восстановлена по оставшимся неповрежденными несущими за счет помехоустойчивого кодирования. В случае невозможности восстановить информацию в символе или ряде символов применяется маскировка ошибок.

Так как OFDM-сигнал состоит из множества отдельно модулированных несущих, каждый символ может быть рассмотрен как разделенный на OFDM-ячейки, соответствующие текущей модуляции одной несущей в течение времени передачи одного символа.

Кадр передачи содержит следующие виды OFDM-ячеек:

- пилот-ячейки;
- ячейки управления;
- ячейки данных.

Пилот-ячейки могут использоваться для кадровой, частотной и временной синхронизации, оценки канала передачи и режима устойчивости.

Передаваемый сигнал описывается следующим выражением:

$$x(t) = \operatorname{Re} \left\{ e^{j2\pi f_R t} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{N_s-1} \sum_{k=K_{\min}}^{K_{\max}} c_{r,s,k} \Psi_{r,s,k}(t) \right\},$$

где

$$\Psi_{r,s,k}(t) = \begin{cases} e^{j2\pi \frac{k}{T_u}(t-T_g-sT_s-N_s r T_s)} & \text{при } (s+N_s r)T_s \leq t \leq (s+N_s r+1)T_s, \\ 0 & \text{в других случаях,} \end{cases}$$

где  $N_s$  – количество OFDM-символов в кадре передачи;  $k$  – обозначение номера несущей ( $= K_{\min} \dots, K_{\max}$ );  $s$  – обозначение номера OFDM-символа ( $= 0 \dots N_s - 1$ );  $r$  – обозначение номера кадра передачи;  $T_g$  – длительность защитного интервала;  $T_u$  – длительность полезной части OFDM-символа;  $T_s$  – длительность OFDM-символа;  $K$  – количество передаваемых несущих ( $K_{\max} - K_{\min}$ );  $f_R$  – опорная частота радиосигнала;  $c_{r,s,k}$  – значение комплексной QAM-ячейки для несущей  $k$  в символе  $s$  кадра  $r$ . Значения  $c_{r,s,k}$  зависят от типа ячеек.

Для OFDM-ячеек данных и ячеек управления  $c_{r,s,k} = z$ , где  $z$  – это точка сигнального созвездия для каждой QAM-ячейки (комплексный символ модуляции).

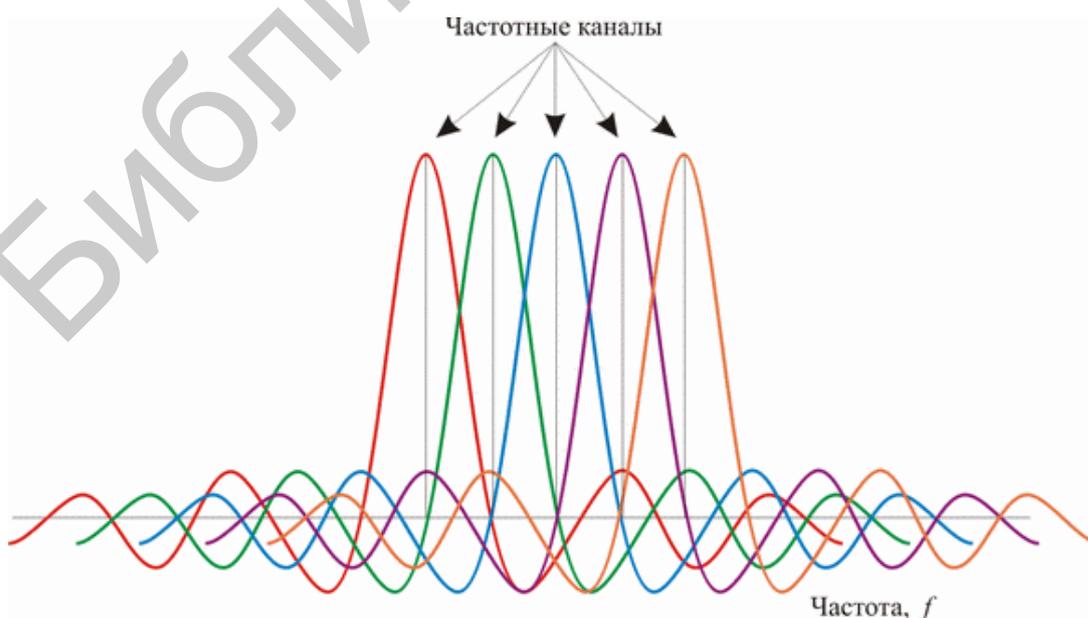


Рис. 12. Структура сигнала с OFDM

Рассмотренный способ деления широкополосного канала на ортогональные частотные подканалы называется ортогональным частотным разделением с мультиплексированием (OFDM). Для его реализации в передающих устройствах используется обратное быстрое преобразование Фурье (IFFT), переводящее предварительно мультиплексированный на N-каналов сигнал из временного представления в частотное (рис. 12) для получения N ортогональных частотных подканалов.

В протоколах 802.11a/g используется обратное преобразование Фурье с окном в 64 частотных подканала. Поскольку ширина каждого из 12 каналов, определяемых в стандарте 802.11a, имеет ширину 20 МГц, получаем, что каждый ортогональный частотный подканал имеет ширину  $20 \text{ МГц} : 64 = 312,5 \text{ кГц}$ . Однако из 64 ортогональных подканалов используются только 52, причем 48 подканалов используются для передачи данных (Data Tones), а остальные – для передачи служебной информации (Pilot Tones).

### 1.3. Как OFDM борется с помехами

Одним из ключевых преимуществ метода OFDM является сочетание высокой скорости передачи с эффективным противостоянием многолучевому распространению. Если говорить точнее, то сама по себе технология OFDM не устраняет многолучевого распространения, но создает предпосылки для устранения эффекта межсимвольной интерференции. Дело в том, что неотъемлемой частью технологии OFDM является охранный интервал (Guard Interval, GI) – циклическое повторение окончания символа, пристраиваемое в начале символа (рис. 13).

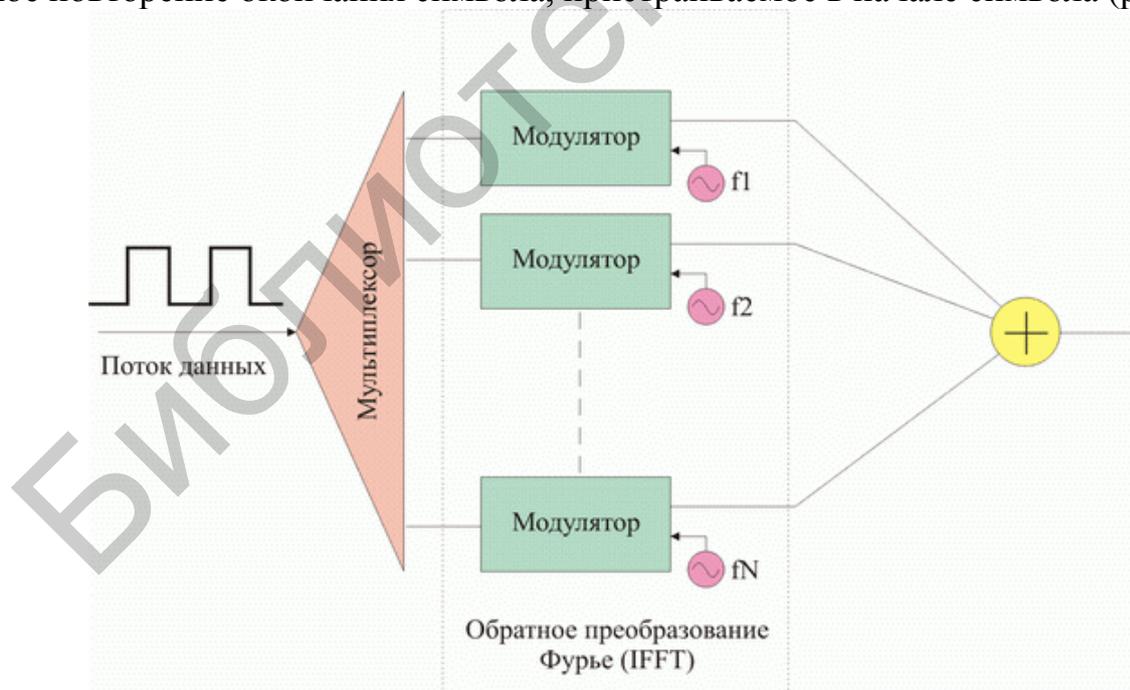


Рис. 13. Формирование внутренней структуры сигнала с OFDM

Процедура циклического копирования иллюстрируется рис. 14.

Охранный интервал является избыточной информацией и в этом смысле снижает полезную (информационную) скорость передачи, но именно он служит защитой от возникновения межсимвольной интерференции. Эта избыточная информация добавляется к передаваемому символу в передатчике и отбрасывается при приеме символа в приемнике. Наличие охранного интервала создает временные паузы между отдельными символами, и если длительность охранного интервала превышает максимальное время задержки сигнала в результате многолучевого распространения, то межсимвольной интерференции не возникает (рис. 15).

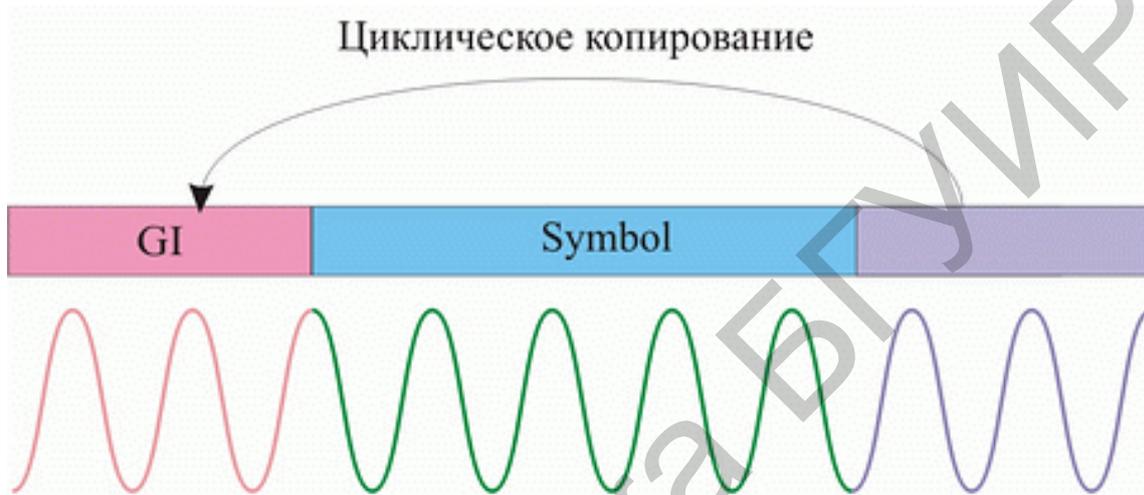


Рис.14. Охранный интервал GI

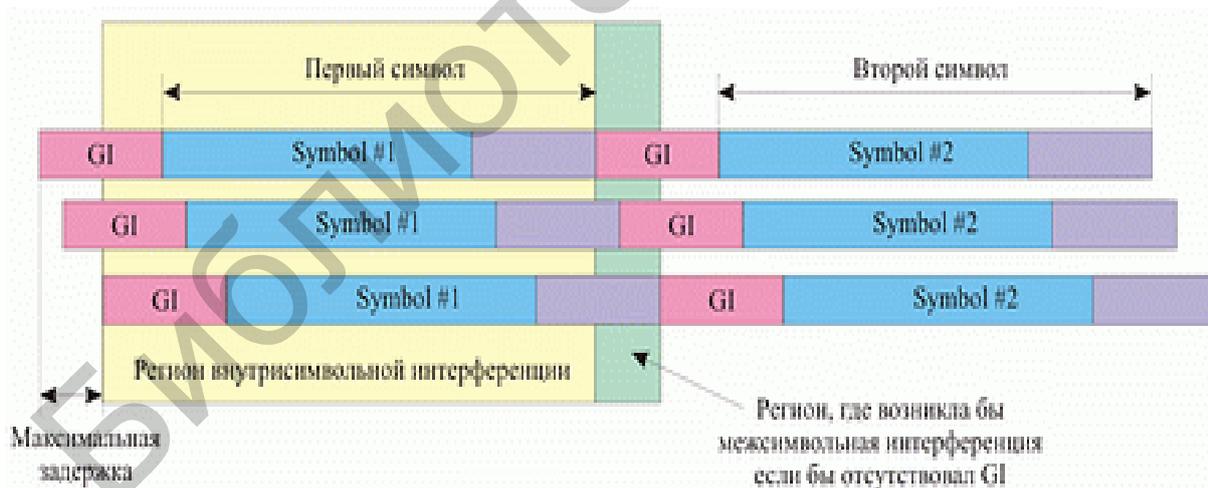


Рис. 15. Устранение межсимвольной интерференции за счет использования охранных интервалов

При использовании технологии OFDM длительность охранного интервала составляет одну четвертую длительности самого символа. При этом сам символ имеет длительность 3,2 мкс, а охранный интервал – 0,8 мкс. Таким образом, длительность символа вместе с охранным интервалом составляет 4 мкс.

## 1.4. Пространство сигналов

При квадратурной фазовой (4-ФМ) и амплитудной модуляции 4-АМ (а также 16-КАМ и 64-КАМ) сигнал несущей получается путем модуляции и суммирования двух квадратурных сигналов:  $\cos\omega t$  и  $\sin\omega t$ . Эти сигналы при анализе систем квадратурной модуляции удобно представлять в виде двух квадратурных векторов  $I$  и  $Q$ , полагая, что вектор  $I$  совпадает с осью абсцисс и называется синфазным вектором, а вектор  $Q$  совпадает с осью ординат и называется квадратурным вектором. При этом фаза вектора  $I$  принимается за нулевую фазу и относительно нее производится оценка фазовых положений векторов модулированного сигнала. Поскольку при математическом анализе квадратурно-модулированных сигналов используются комплексные функции, в которых сигнал  $\cos\omega t$  является действительной частью функции, а сигнал  $\sin\omega t$  – мнимой частью функции и, кроме того, общепринятым считается, что по оси абсцисс откладываются действительные числа, а по оси ординат – мнимые, то в системе координат  $I$  и  $Q$  вектору  $I$  соответствует сигнал  $\cos\omega t$ , а вектору  $Q$  – сигнал  $\sin\omega t$ .

Пространство сигналов модулированной несущей представляет собой дискретные положения вершин суммарного вектора  $(I + Q)$  в системе координат  $I$  и  $Q$ .

В системе OFDM при использовании модуляции 4-ФМ векторы  $I$  и  $Q$  имеют одинаковые и постоянные амплитуды, дискретно меняются только фазы, которые могут принимать значения  $0^\circ$  или  $180^\circ$  – для вектора  $I$  и  $90^\circ$  или  $270^\circ$  – для вектора  $Q$ . При этом вершины суммарного вектора  $(I + Q)$  при переходе от одного фазового положения в другое описывают окружность (рис. 16,а).

Аналогичная ситуация имеет место и для модуляции 4-АМ, пространство сигналов которой показано на рис. 16,б.

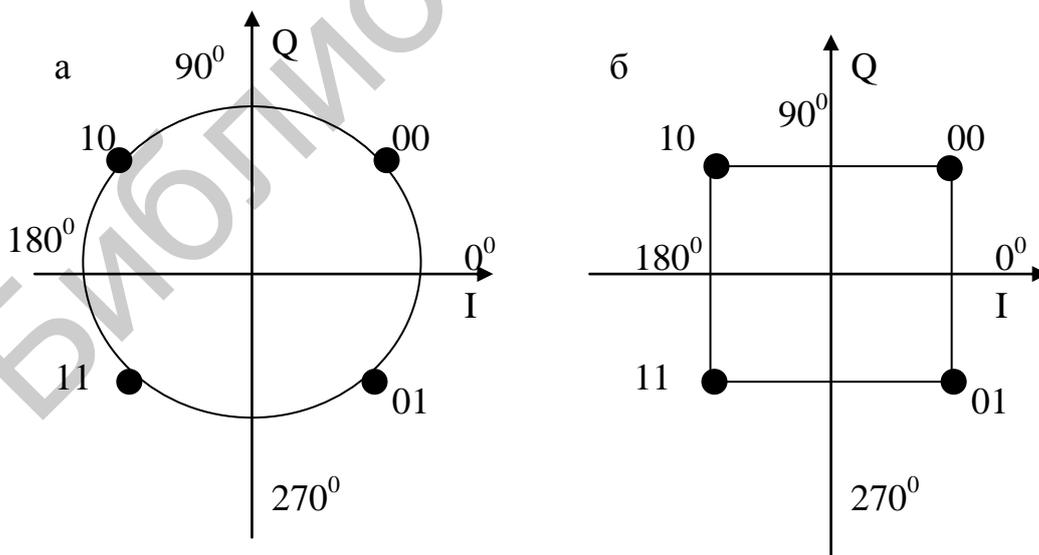


Рис. 16. Пространство сигналов 4-ФМ (а) и 4-АМ (б)

Пространство сигналов при иерархической модуляции 64-КАМ показано на рис. 17 в виде квадратурного созвездия.

## 1.5. Структура кадра OFDM

При выборе структуры кадра необходимо обеспечить, во-первых, быстрое вхождение в синхронизм демодулятора цифрового телевизора, с тем чтобы не вызвать чувства раздражения у телезрителей в моменты переключения телевизора с одной программы на другую. Во-вторых, формат кадра OFDM должен быть согласован с форматом транспортного пакета MPEG-2 (длительность пакета 204 байта), с тем чтобы взаимные преобразования этих форматов в модеме могли быть выполнены простыми техническими средствами.

В результате учета этих требований в стандарте OFDM была принята двухступенчатая структура передачи данных в виде суперкадра, состоящего из 4 кадров OFDM. При этом в одном суперкадре содержится целое число транспортных пакетов MPEG-2, что позволяет производить взаимные преобразования форматов транспортных пакетов и суперкадра OFDM без введения в модем OFDM стаффинг-синхронизации. В то же время наличие в суперкадре 4 кадров повышает в 4 раза скорость передачи сигналов синхронизации, за счет чего обеспечивается приемлемое время вхождения в синхронизм демодулятора телевизора.

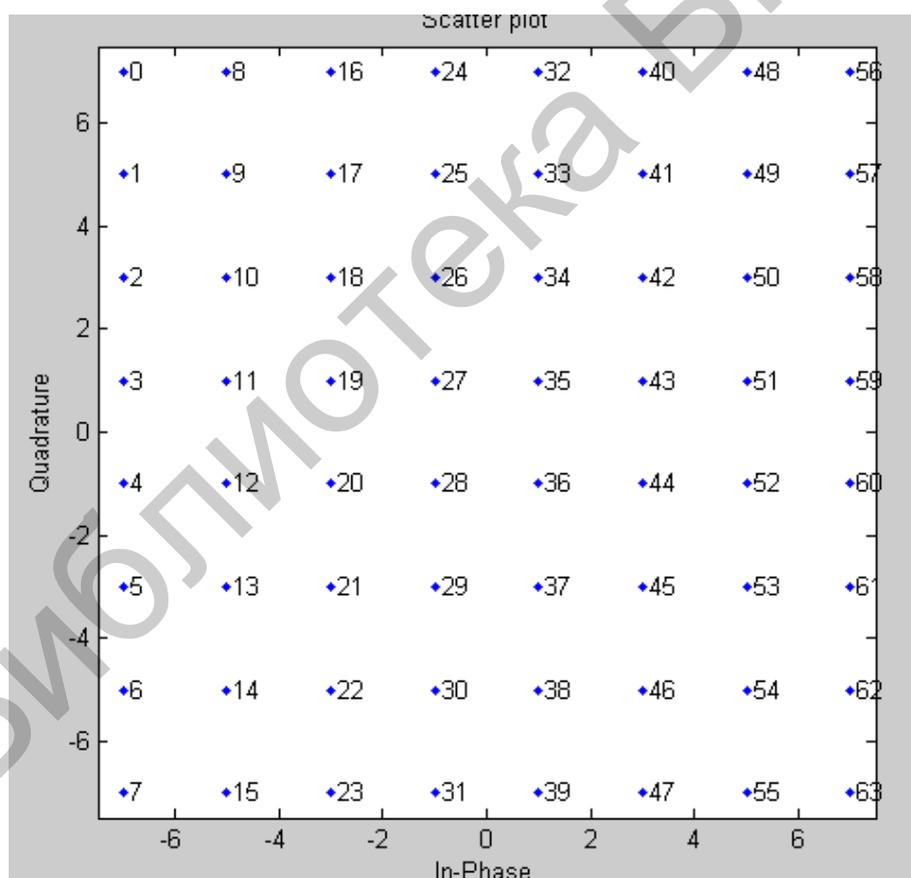


Рис. 17. Пространство сигналов при иерархической модуляции 64-КАМ

Фрагмент структуры кадра OFDM показан на рис. 18. Кадр состоит из 68 символов OFDM, которым присвоены номера от 0 до 67. Длительность кадра равна  $TF = 68TS$ , а значения  $TS$  (длительности информационных символов) для

различных режимов работы приведены в табл.1 предыдущей лабораторной работы. Кадр содержит для режимов модуляций 8К и 2К соответственно 6817 и 1705 несущих.

Для работы приемного устройства необходимо совместно с информационными символами передавать опорные сигналы, во-первых, сигналы для фазовой автоподстройки опорных частот демодулятора, во-вторых, сигналы тактовой синхронизации функциональных блоков демодулятора, в-третьих, сигналы для оценки состояния эфирного радиоканала, в-четвертых, сигналы управления демодулятором, содержащие информацию о используемых режимах модуляции. Для этих целей в каждом символе OFDM для режимов модуляции 8К и 2К выделено соответственно 769 и 193 опорных несущих, которые по сравнению с информационными несущими передаются с повышенной на 2,5 дБ мощностью.

Для фазовой автоподстройки опорной сетки когерентных частот демодулятора используются так называемые фиксированные опорные несущие, частотные позиции которых в каждом символе OFDM постоянны.

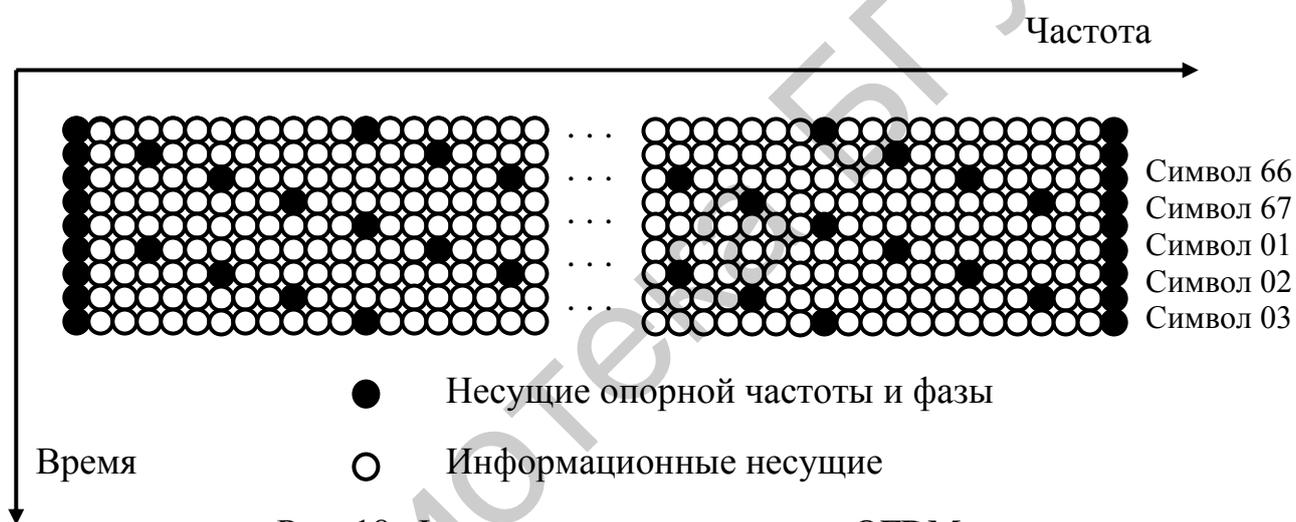


Рис. 18. Фрагмент структуры кадра OFDM

Всего для этой цели в режимах 8К и 2К используется соответственно 177 и 45 фиксированных несущих. Номера выделенных для этих целей несущих заданы в виде таблицы, в которой первый и последний номер совпадает со значениями  $K_{min}$  и  $K_{max}$  (рис. 18). Фиксированные несущие модулируются опорной псевдослучайной последовательностью.

Для повышения живучести системы OFDM и снижения числа цифровых ошибок в демодуляторе ведется оценка текущего состояния амплитудно-частотной характеристики сквозного радиоканала модема, на основании чего производится расчет текущей переходной характеристики радиотракта и выбирается оптимальный временной интервал («временное окно») для декодирования информационных сигналов. Для этой цели используются так называемые рассредоточенные опорные несущие, частотные позиции которых смещаются при переходе от одного символа OFDM кадра к другому символу OFDM (см. рис. 17). Причем эти изменения номеров рассредоточенных несущих производятся с периодом 4 символа OFDM, т. е., например, частотные позиции рассре-

доточенных несущих в символе OFDM с номером 0 и номером 3 совпадают. В результате такого периодического сдвига частот рассредоточенных опорных несущих происходит более точное частотное сканирование сквозной АЧХ радиотракта модема. Для этой цели используются в режимах 8К/2К соответственно 524 и 131 рассредоточенных опорных несущих, которые модулируются опорной псевдослучайной последовательностью.

Кроме того, для передачи сигналов управления демодулятором в режимах 8К и 2К используются соответственно 68 и 17 рассредоточенных несущих, положения которых в кадре OFDM заданы в виде таблицы .

Принятый для эфирного цифрового вещания метод COFDM является более сложным по сравнению с методами квадратурной фазовой и амплитудной модуляции, используемыми в цифровых системах спутникового и кабельного вещания, что повышает стоимость бытового цифрового телевизора.

### 1.5. Прием OFDM

Устройство приемника остается открытым, т. е. имеются только стандарты для передающего пункта канала связи. Поскольку приемник является открытым устройством, то большая часть исследований и инноваций сделаны именно в этой области. Поэтому в данной лабораторной работе только в общих чертах представлена структура приемника. Структурная схема приемника, который выполняет операции в некотором смысле в направлении, обратном их получению на передающем конце канала связи, показана на рис. 19.

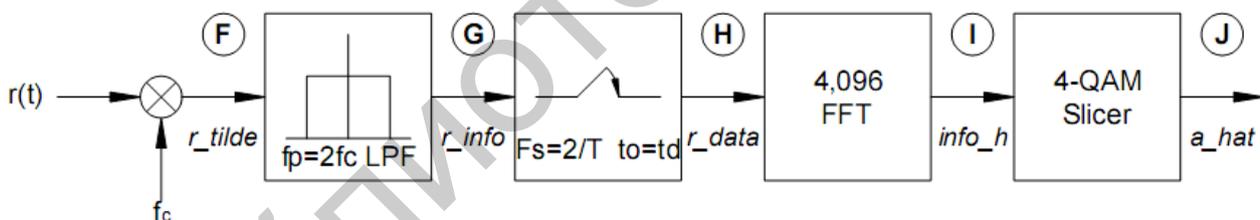


Рис. 19. Моделирование приема OFDM

Модуляция, использующая OFDM, очень чувствительна к временному и частотному смещениям. Даже в идеальной окружающей среде моделирования нужно учитывать задержку, вызванную операцией фильтрации. Для нашего моделирования задержка, вызванная фильтрами реконструкции и демодуляции, составляет порядка  $t_d = 64/R_s$ . Эта задержка достаточна, чтобы препятствовать приему, и это является причиной небольших различий, которые хорошо видны между переданными и полученными сигналами. С учетом задержки принимаем во внимание остаток процесса приема, который продолжит развиваться.

Как и в случае предыдущей лабораторной работы, в которой рассматривался передающий узел канала связи, здесь указаны имена переменных моделирования и выходных процессов в описании структурной схемы приема, показанной на рис. 8. Результаты этого моделирования представлены на рис. 20 ... 27.

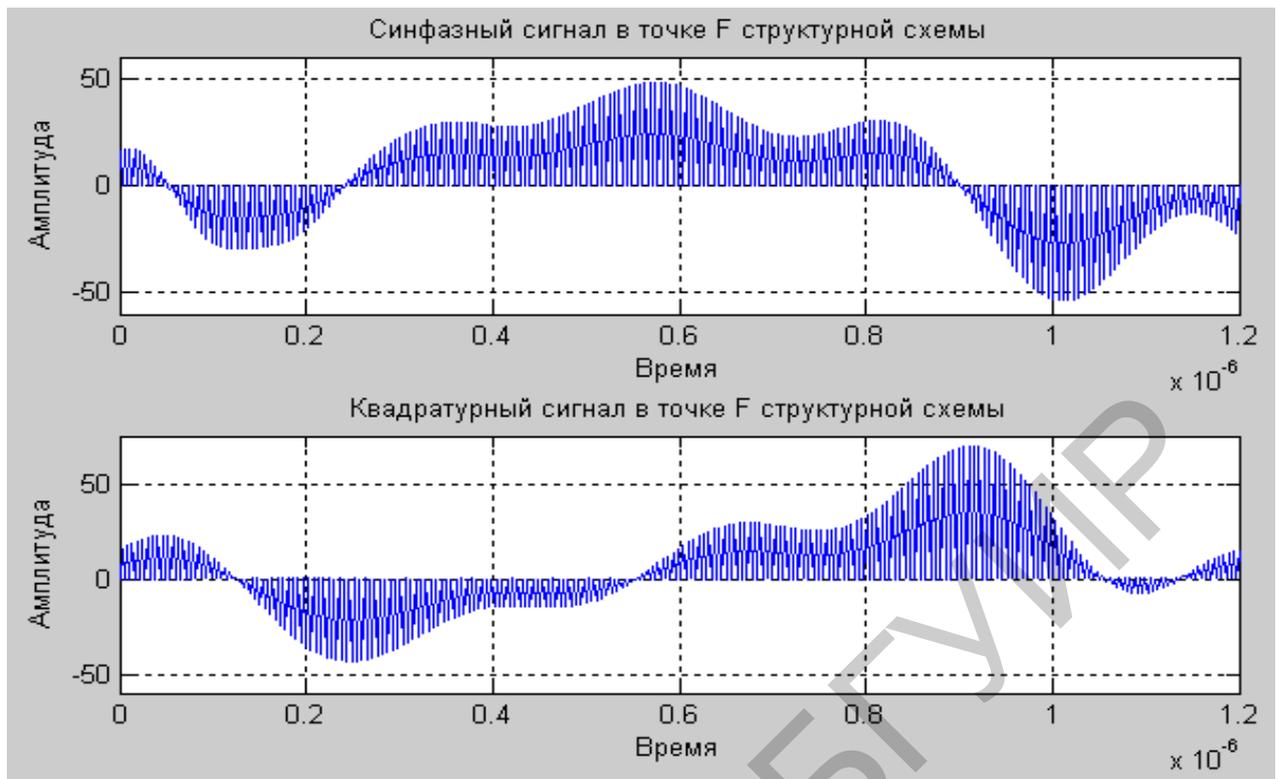


Рис. 20. Временные диаграммы сигнала в точке F структурной схемы приемника

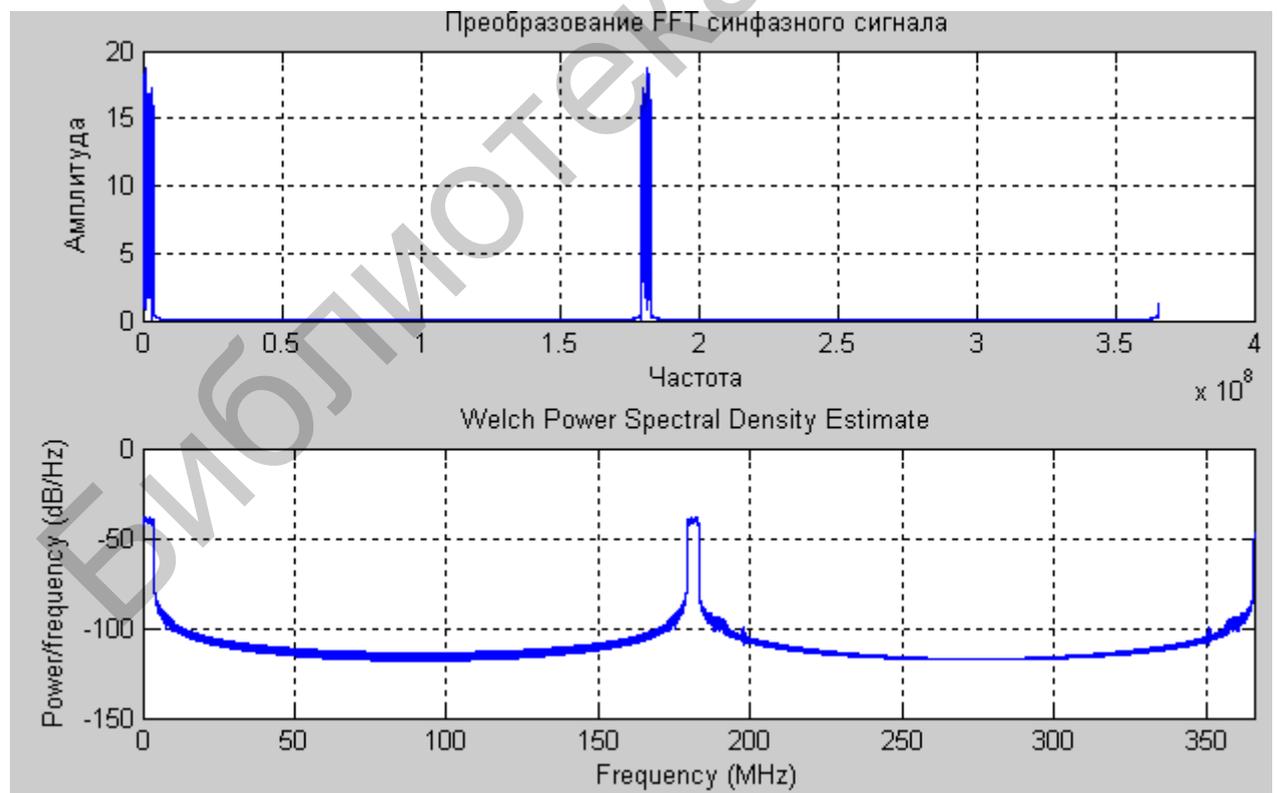


Рис. 21. Спектральные характеристики синфазного сигнала, поступающего на вход приемника

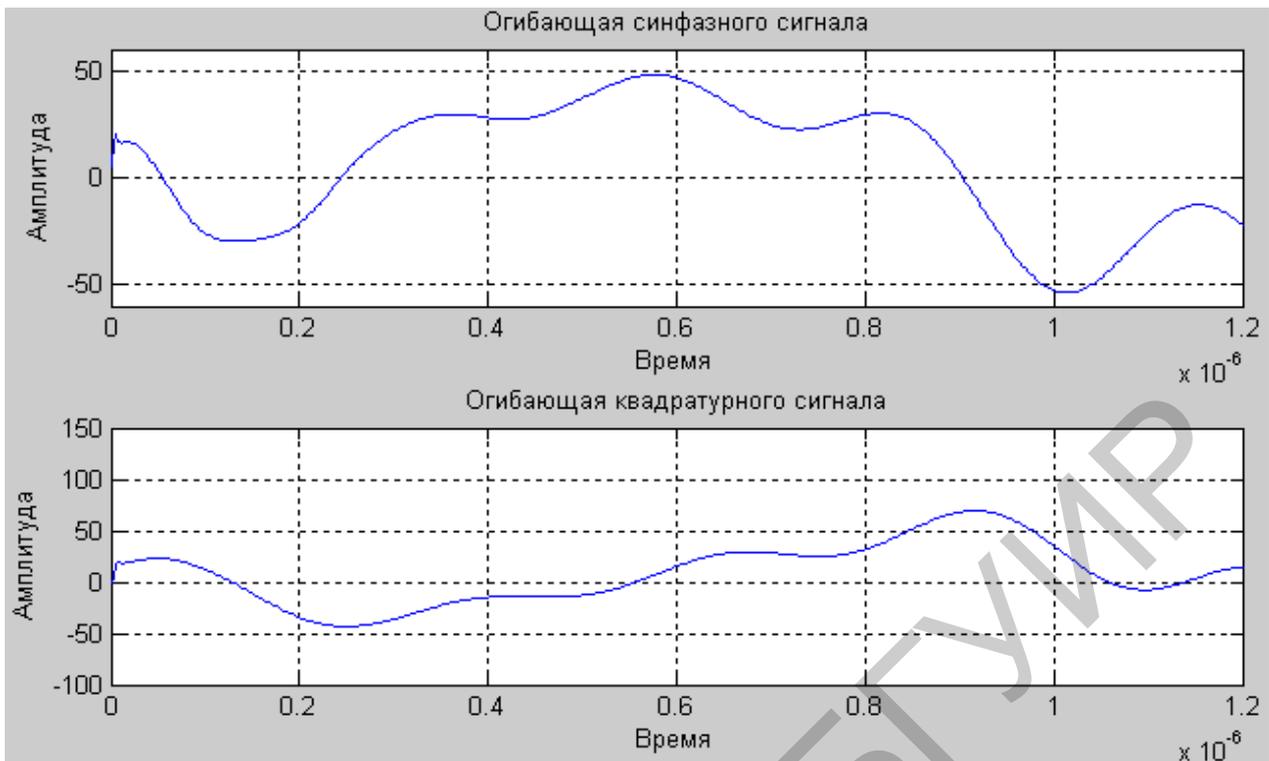


Рис. 22. Огибающие синфазного и квадратурного сигналов в точке G структурной схемы приемника

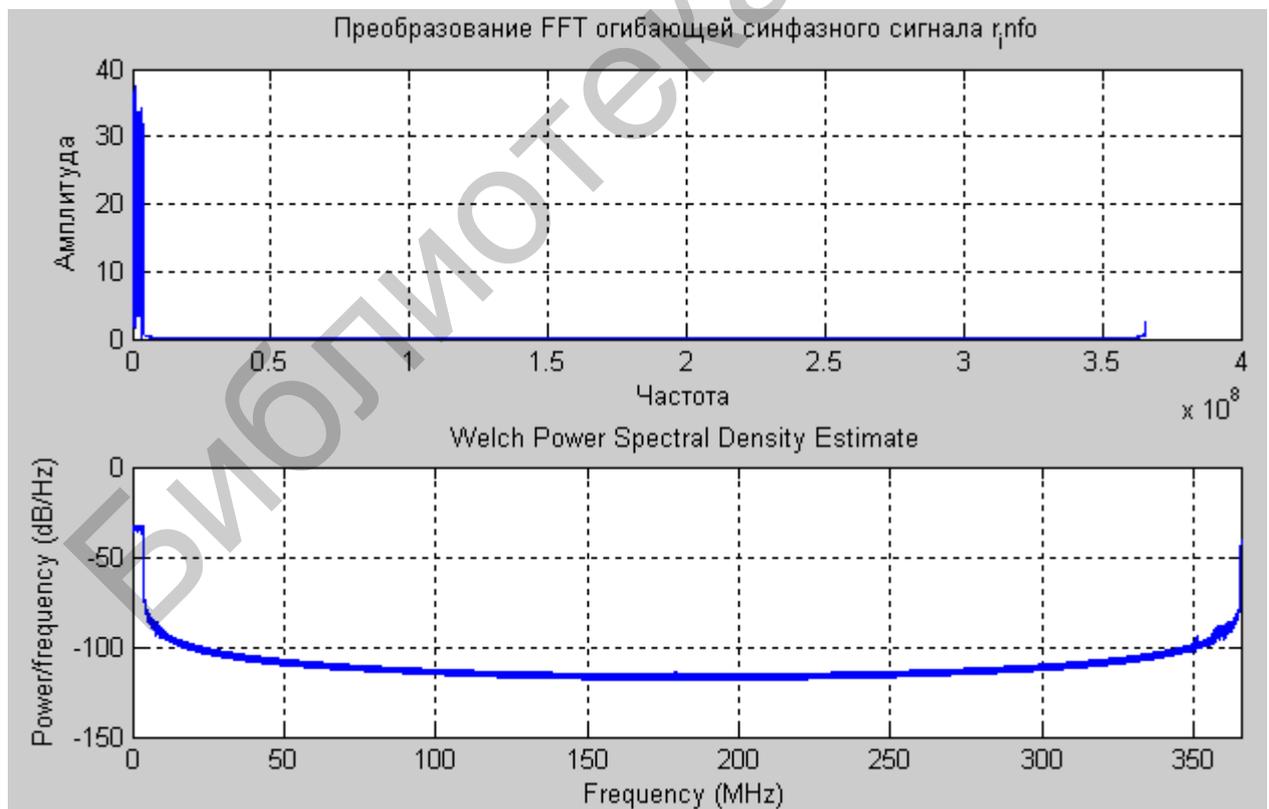


Рис. 23. Спектральные характеристики сигнала в точке G структурной схемы приемника

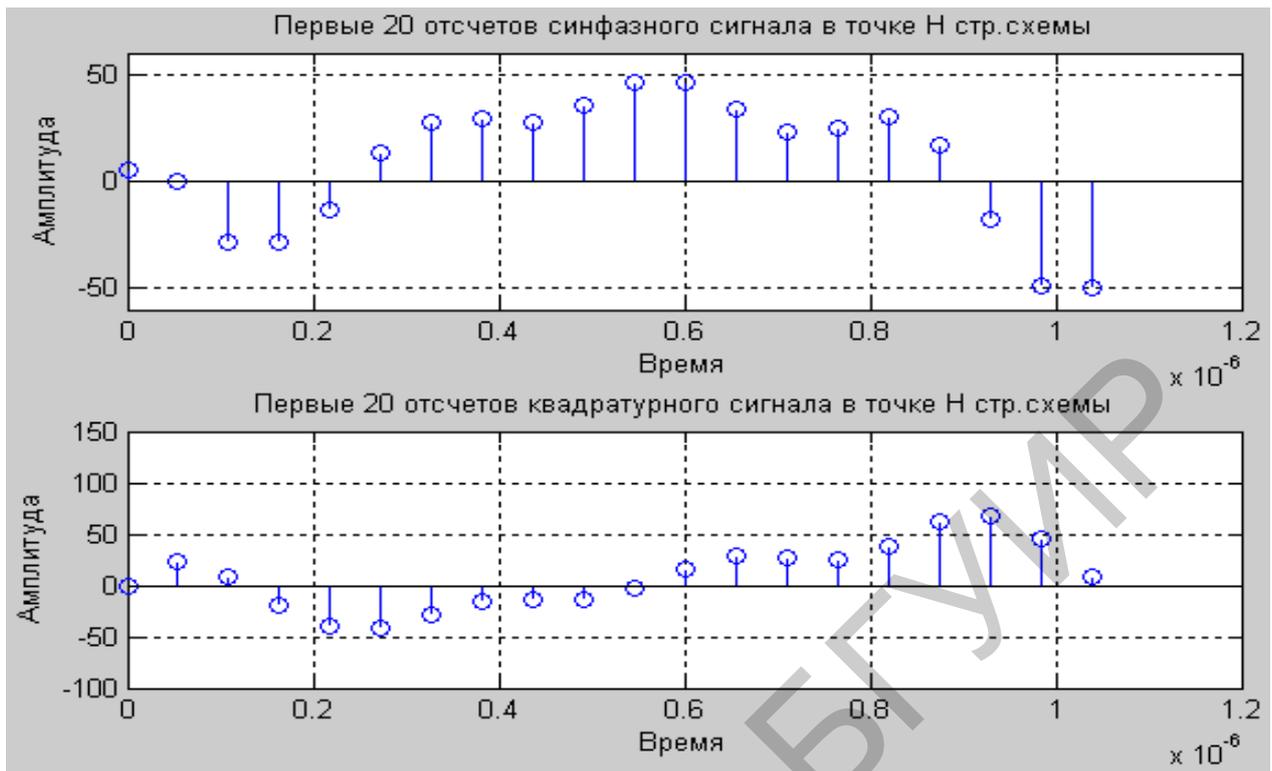


Рис. 24. Первые 20 отсчетов сигнала в точке Н структурной схемы приемника

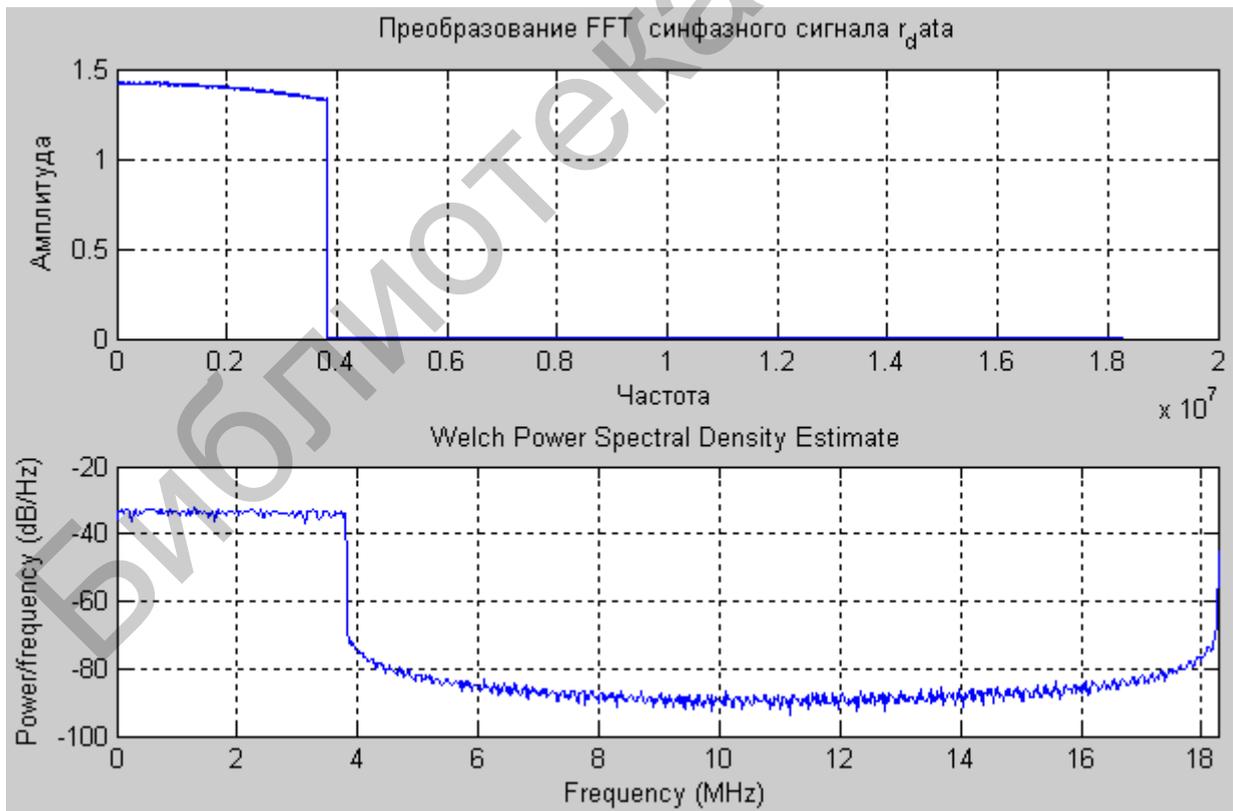


Рис. 25. Спектральные характеристики сигнала  $r_{data}$

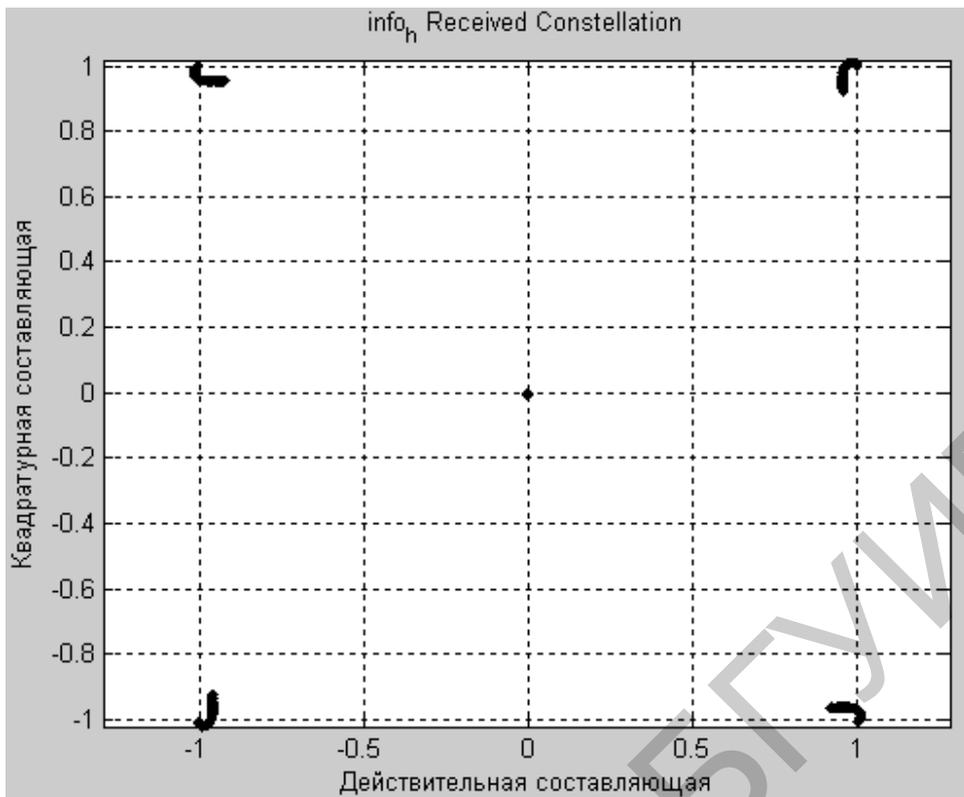


Рис. 26. Созвездие принятых в точке I структурной схемы информационных сигналов  $r\_info$

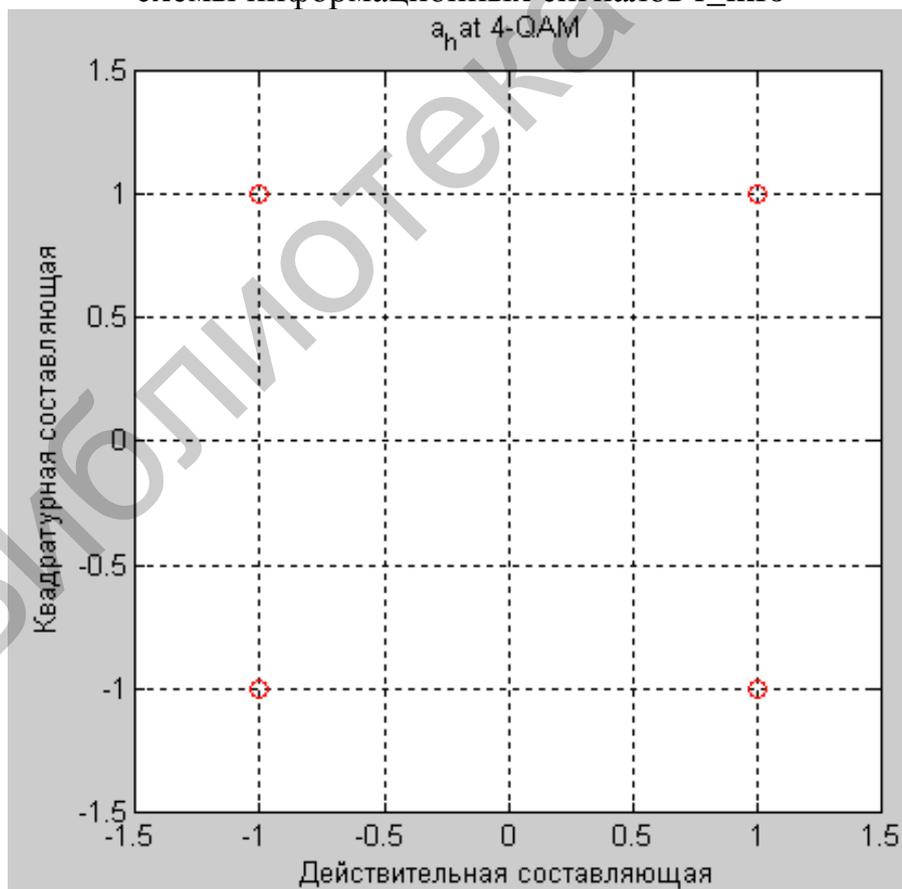


Рис. 27. Созвездие принятых в точке J структурной схемы информационных сигналов  $a\_hat$  (на выходе приемника)

## 2. Порядок выполнения работы

Включите ЭВМ, войдите в пакет MATLAB, выполните коды следующей программы.

При выполнении работы имейте в виду, что многие вспомогательные команды MATLAB в листинге приведенной программы отсутствуют. Кроме того, при выполнении работы можно многие параметры команд изменять по желанию студента, выполняющего работу.

Обратите внимание на то обстоятельство, что при данном моделировании основной задачей являлось изучение механизма получения сигналов с OFDM. Поэтому выбранный вариант использования этих сигналов в системе цифрового телевидения, конечно, является простейшим вариантом, который можно было взять для моделирования в объеме лабораторной работы. Многие характерные особенности этой части телевизионного стандарта оказались за пределами рассмотрения. Тем не менее, основные принципы получения и обработки сигналов в цифровой телевизионной системе отражены в этом лабораторном практикуме на достаточно высоком профессиональном уровне. Работа выполняется в реальном масштабе времени, на реальных частотах, с реальным числом поднесущих, с реальными созвездиями сигналов и т. д.

Предложенный подход к моделированию сигналов с OFDM не ограничивает инициативу студентов, изучающих вопросы формирования и генерирования сигналов сложной природы. Поэтому этот подход можно развивать, используя и более мощные средства, которыми располагает пакет MATLAB.

На данном этапе моделирования сформируйте сигнал с OFDM тем же способом, что и в предыдущей лабораторной работе, а затем перейдите к обработке этого сигнала в приемном устройстве канала связи и получите на последнем этапе формы созвездий, которые используются для интерпретации сформированных сигналов с OFDM.

```
%Reception
>> Tu=224e-6;
>> T=Tu/2048;
>> G=0;
>> delta=G*Tu;
>> Ts=delta+T;
>> Kmax=1705;
>> Kmin=0;
>> FS=4096;
>> q=10;
>> fc=q*1/T;
>> Rs=4*fc;
>> t=0:1/Rs:Tu;
>> tt=0:T/2:Tu;
>>
>> %Data generator
>> sM=2;
>> [x,y]=meshgrid((-sM+1):2:(sM-1),(-sM+1):2:(sM-1));
>> alphabet=x(:)+i*y(:);
>> N=Kmax+1; %N=1706
>> rand('state',0);
>> a=-1+2*round(rand(N,1)).'+i*(-1+2*round(rand(N,1))).';
>> A=length(a);
>> info=zeros(FS,1);
```

```

>> info(1:(A/2))=[a(1:(A/2)).'];
>> info((FS-(A/2)-1):FS)=[a(((A/2)+1):A).'];
>> carriers=FS.*ifft(info,FS);
>> L=length(carriers);
>> chips=[carriers.';zeros((2*q)-1,L);
>> p=1/Rs:1/Rs:T/2;
>> g=ones(length(p),1);
>> dummy=conv(g,chips(:));
>> u=[dummy;zeros(46,1)];
>> [b,aa]=butter(13,1/20);
>> uoft=filter(b,aa,u);
>> delay=64;
>> s_tilde=(uoft(delay+(1:length(t))).)*exp(i*2*pi*fc*t);
>> s=real(s_tilde);
>>
>> %OFDM Reception
>> %Downconversion
>> r_tilde=exp(-i*2*pi*fc*t).*s; %(F)
>> figure(11)
>> subplot(211);
>> plot(t,real(r_tilde));
>> axis([0e-7 12e-7 -60 60]);
>> grid on
>> figure(11)
>> subplot(212)
>> plot(t,imag(r_tilde));
>> axis([0e-7 12e-7 -100 150]);
>> grid on
>> subplot(211);
>> plot(t,real(r_tilde));
>> axis([0e-7 12e-7 -60 60]);
>> grid on
>> subplot(212)
>> plot(t,imag(r_tilde));
>> axis([0e-7 12e-7 -100 150]);
>> grid on
>> figure(12)
>> ff=Rs*(1:(q*FS))/(q*FS);
>> plot(ff,abs(fft(r_tilde,q*FS))/FS);
>> grid on
>> pwelch(r_tilde,[],[],[],Rs);
>> subplot(212)
>> pwelch(r_tilde,[],[],[],Rs);
>> subplot(211)
>> plot(ff,abs(fft(r_tilde,q*FS))/FS);
>> grid on
>> %carrier suppression
>> [B,AA]=butter(3,1/2);
>> r_info=2*filter(B,AA,r_tilde);%Baseband signal continuous-time (G)
>> figure(13);
>> subplot(211);
>> plot(t,real(r_info));
>> axis([0 12e-7 -60 60]);
>> grid on
>> subplot(212);
>> plot(t,imag(r_info));
>> axis([0 12e-7 -100 150]);
>> grid on
>>
>> %Sampling
>> r_data=real(r_info(1:(2*q):length(t)))+i*imag(r_info(1:(2*q):length(t))); %(H)
>> figure(15)
>> subplot(211)
>> stem(tt(1:20), real(r_data(1:20)));
>> axis([0 12e-7 -60 60]);

>> grid on
>> subplot(212);

```

```

>> stem(tt(1:20),imag(r_data(1:20)));
>> axis([0 12e-7 -100 150]);
>> grid on
>> figure(6);

>> figure(16);
>> f=(2/T)*(1:FS)/FS;
>> subplot(211);
>> plot(f,abs(fft(r_data,FS))/FS);
>> grid on;
>> subplot(212);
>> pwelch(r_data,[],[],2/T);
>> %FFT
>> info_2N=(1/FS).*fft(r_data,FS);
>> info_h=[info_2N(1:A/2) info_2N((FS-((A/2)-1)):FS)];
>> %Slicing
>> for k=1:N
a_hat(k)=alphabet((info_h(k)-alphabet)==min(info_h(k)-alphabet));
end;
>> figure(17);
>> plot(info_h((1:A)), 'k');
>> title('info_h Received Constellation');
>> axis square;
>> axis equal;
>> figure(18);
>> plot(a_hat((1:A)), 'or');
>> title('a_hat 4-QAM');
>> axis square;
>> axis equal;
>> grid on;
>> axis([-1.5 1.5 -1.5 1.5]);

```

### 3. Оформление отчета о выполненной работе

1. Приведите оформленные результаты работы в виде графических зависимостей с пояснениями к использованным командам MATLAB и идеям формирования сигналов с OFDM.

2. Убедитесь в том, что сигнал с OFDM обладает почти прямоугольным спектром, что очень хорошо видно при выполнении данной работы, несмотря на то, что в этой работе использовалось созвездие, состоящее всего только из 4 точек.

3. Рассчитайте абсолютные величины частот сгенерированных сигналов с OFDM.

4. Рассчитайте длительность используемого в работе символа.

5. Прodelайте по своему усмотрению ряд измерений при других значениях параметров.

6. Объясните назначение фильтров при обработке сигналов с OFDM.

7. Рассмотрите выполнение этой работы с учетом длительности защитного интервала одной из тех, что рекомендуются стандартом.

### 4. Контрольные вопросы

1. Из каких частей составляется длительность символа, используемого в данной лабораторной работе?

2. Из каких соображений выбирается частотный разнос между соседними несущими в групповом спектре OFDM-сигнала?

3. Что представляет собой OFDM-символ, изучаемый в данной лабораторной работе?
4. Для чего используются пилот-ячейки в данной лабораторной работе?
5. Как сигнал с OFDM противодействует помехам, действующим в канале его распространения?
6. Что представляет собой пространство сигналов модулированной несущей?
7. Опишите структуру кадра OFDM.
8. Опишите структуру приемного устройства цифровой телевизионной системы.
9. С учетом каких требований в стандарте OFDM была принята двухступенчатая структура передачи данных?
10. Какие виды модуляции используются в модели приемной части цифровой телевизионной системы, изучаемой в данной лабораторной работе?
11. Как интерпретируются пространства сигналов 4-ФМ и 4-АМ?

Библиотека БГУИР

## Лабораторная работа №9

### LC-ГЕНЕРАТОРЫ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Наиболее распространенными схемами получения гармонических колебаний являются схемы так называемых LC-генераторов с колебательным контуром для получения высокочастотных колебаний и схемы так называемых RC-генераторов почти гармонических низкочастотных колебаний.

При изучении принципов работы этих генераторов используются различные модели, анализируемые на различных уровнях теоретического рассмотрения.

#### 1. Краткие теоретические сведения

##### 1.1. LC-автогенераторы гармонических колебаний

##### 1.1.1. Понятие автоколебательной системы

*Автоколебательной системой* называется устройство, способное создавать незатухающие колебания и характеризующееся наличием:

- источника энергии (источника питания);
- колебательной системы;
- клапана, регулирующего поступление энергии от источника в колебательную систему;
- обратной связи с колебательной системы на клапан.

Структурная схема автоколебательной системы показана на рис. 1. Из этой схемы видно, что незатухающие колебания создаются с помощью колебательной системы за счет энергии источника питания. При этом клапан управляет

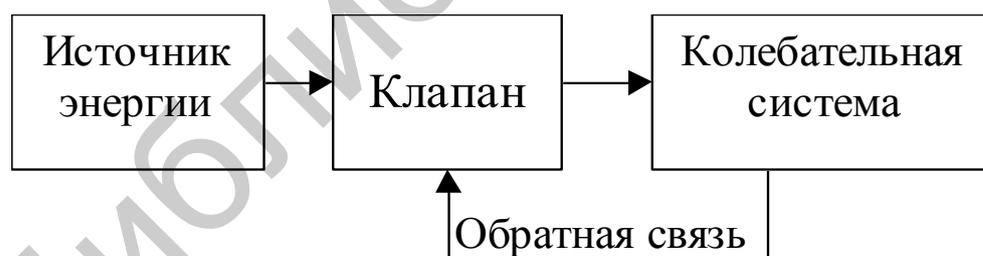


Рис. 1. Структурная схема автоколебательной системы

работой колебательной системы, а колебательная система управляет работой клапана за счет передачи энергии из колебательной системы на вход клапана. Такое обратное воздействие, т. е. передача энергии с выхода колебательной системы на ее вход через клапан, называется обратной связью.

Радиотехническое устройство, которое для создания незатухающих колебаний не использует никаких источников энергии, кроме источника питания, называется *автогенератором*.

### 1.1.2. Физическая сущность возникновения колебаний в схеме LC-автогенератора

Рассмотрим работу схемы простейшего автогенератора незатухающих колебаний. В качестве примера возьмем схему автогенератора с контуром в цепи коллектора (рис. 2). Очевидно, всеми признаками автоколебательной системы эта схема обладает. Действительно, источником энергии служит батарея коллекторного питания  $E$ , колебательная система выполнена в виде колебательного контура с достаточно высокой добротностью, в качестве клапана используется транзистор, обратная связь выполнена с помощью взаимной индуктивности между катушкой индуктивности колебательного контура и катушкой обратной связи, подключенной к промежутку эмиттер – база транзистора.

Рассмотрим процесс возникновения колебаний в этой схеме. При включении коллекторного питания в колебательном контуре возникают свободные колебания. Благодаря взаимной индуктивности  $M$  часть энергии свободных колебаний подается на базу транзистора, усиливается им и поступают в коллекторную цепь транзистора. Таким образом, колебания из базовой цепи транзистора поступают в его коллекторную цепь и, если эти колебания имеют энергию, превосходящую потери в колебательном контуре, амплитуда напряжения на коллекторном контуре будет расти до тех пор, пока нелинейность характеристики транзистора не ограничит этот рост. Мы видим, что для поддержания автоколебаний энергия, доставляемая в колебательный контур усиленными транзистором колебаниями, должна быть не меньше

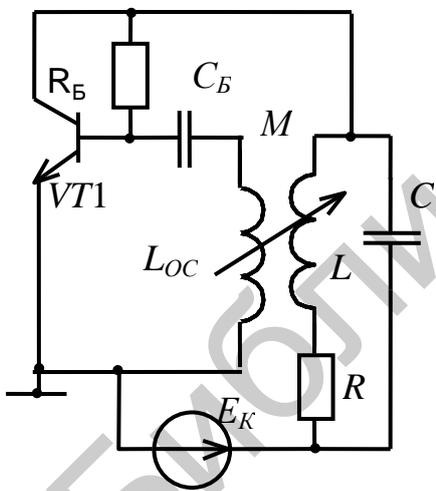


Рис. 2. Принципиальная схема автогенератора с контуром в цепи коллектора

потерь энергии свободных колебаний в контуре. Это условие называется *балансом амплитуд*. Легко понять, что это условие является необходимым для поддержания режима незатухающих колебаний в автогенераторе, так как в случае его невыполнения свободные колебания в контуре быстро затухнут. Однако выполнения этого условия недостаточно для поддержания режима незатухающих колебаний в анализируемой схеме, поскольку важны фазовые соотношения между свободными колебаниями в контуре и колебаниями, поступающими в контур из коллекторной цепи. Очевидно, что фаза усиленных транзистором колебаний должна совпадать с фазой свободных колебаний в контуре, так как в ином случае усиленные транзистором

колебания приведут к уменьшению, а не к увеличению амплитуды свободных колебаний в контуре. Это условие *синфазности* усиленных транзистором и свободных колебаний называется *балансом фаз*.

Итак, для возникновения незатухающих автоколебаний в рассматриваемой схеме необходимо и достаточно выполнение двух условий: баланса амплитуд и баланса фаз.

### 1.1.3. Различные уровни изучения процессов в генераторе

Автогенератор является сугубо нелинейным устройством. Тем не менее, можно выделить три различных уровня, на которых рассматривается работа генератора. Этим уровням соответствуют три различные теории автогенератора, которые отличаются одна от другой предпосылками, лежащими в их основе:

- линейная теория;
- квазилинейная теория;
- нелинейная теория.

В основе построения *линейной* теории автогенератора лежит допущение о линейности вольт-амперной характеристики транзистора. Конечно, в общем случае характеристика транзистора является нелинейной, но при определенных условиях ее часто можно считать линейной. Основным допущением при построении линейной теории транзисторного автогенератора является допущение о линейности вольт-амперной характеристики используемого в схеме этого генератора транзистора. В более общем плане при построении линейной теории генератора считается, что транзистор является линейным устройством и для описания процессов, протекающих в нем, можно использовать эквивалентную схему замещения, показанную на рис. 3.

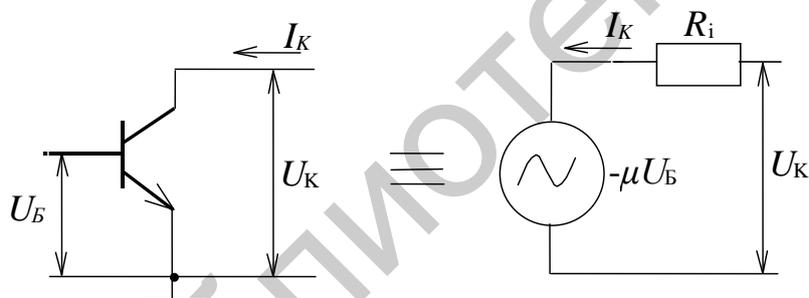


Рис. 3. Линейная схема замещения транзистора

Теория, построенная на такой основе, дает возможность определить условия самовозбуждения схемы, позволяет оценить частоту генерируемых колебаний, определить закон, по которому будет возрастать амплитуда генерируемых колебаний. Тем не менее скоро обнаружатся и недостатки этой теории: находясь в рамках этой теории, мы не можем ничего сказать о стационарной амплитуде установившихся колебаний, так как допущение о линейности вольт-амперной характеристики устраняет механизм изменения амплитуды генерируемых колебаний и открывает перспективу для ее неограниченного роста.

*Квазилинейная* (почти линейная) теория учитывает нелинейность вольт-амперной характеристики с помощью *средних параметров* и сохраняет формально линейное описание анализируемой схемы. Например, легко видеть из рис. 4, на котором приведена типичная вольт-амперная характеристика транзистора, что ее крутизна  $S = di_K/du_B$  зависит от положения рабочей точки транзи-

Теория, построенная на такой основе, дает возможность определить условия самовозбуждения схемы, позволяет оценить частоту генерируемых колебаний, определить закон, по которому будет возрастать амплитуда генерируемых колебаний.

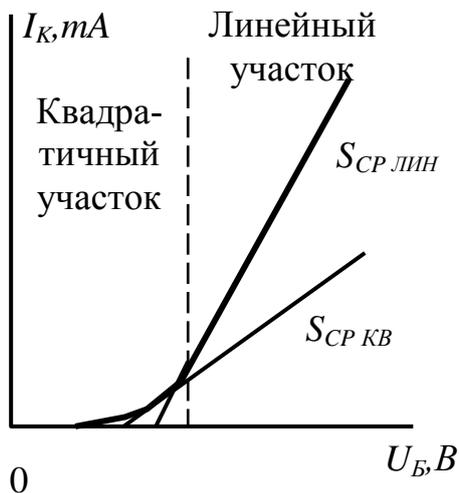


Рис. 4. Типичная вольт-амперная характеристика транзистора

стор. Эта характеристика имеет так называемый квадратичный участок при малых напряжениях  $u_B$  и линейный участок, соответствующий значительным уровням напряжения на базе транзистора. Если положение рабочей точки выбрано на квадратичном участке, то величина крутизны будет значительно меньше, чем когда рабочая точка находится на линейном участке. Поэтому вводится понятие *средней крутизны*, как крутизны, зависящей от положения рабочей точки и определяемой отношением  $I_{Km}$  амплитуды первой гармоники коллекторного тока к амплитуде гармонического напряжения  $U_{Bm}$ , действующего на базе транзистора

$S_{cp} = \dot{I}_{Km} / \dot{U}_{Bm}$ . Несмотря на то что коллекторный ток по форме может отличаться от гармонического, мы в выражение для расчета средней крутизны подставляем только величину его первой гармоники. Применительно к схеме генератора это означает, что колебательная система генератора должна располагать хорошей избирательностью, чтобы вклад других гармоник коллекторного тока в его общую величину был незначительным. Особенностью этой теории является сохранение линейного описания процесса генерирования колебаний при учете нелинейности схемы. В результате мы имеем возможность в рамках этой теории провести анализ схемы линейными средствами от момента возникновения автоколебаний вплоть до установления стационарной амплитуды генерируемых колебаний.

*Нелинейная* теория наиболее тщательно может исследовать поведение схемы, в которой генерируются автоколебания, однако методы этой теории чрезвычайно сложны, так как сводят решение анализа поведения схемы к нелинейным уравнениям, теория которых разработана очень слабо.

Поэтому практически исследователи и разработчики схем автогенераторов чаще всего пользуются в своей работе методами и средствами квазилинейной теории.

**Пример 1.** Получить условие самовозбуждения схемы автогенератора с контуром в цепи коллектора. Установить закон, по которому изменяется амплитуда возбуждаемых в схеме колебаний, найти частоту генерируемых колебаний.

Рассмотрим процесс установления колебаний в автогенераторе с контуром в цепи коллектора, собранном по схеме, приведенной на рис. 2. Поскольку нас интересуют процессы, протекающие на переменном токе, то для анализа построим эквивалентную схему автогенератора по переменному току, приведенную на рис. 5. Линейную теорию имеет смысл применять для анализа схем, в которых только начинают возбуждаться автоколебания, поскольку только в этом случае можно считать транзистор линейным элементом, работающим при малых величинах амплитуд генерируемых колебаний. Составим дифференциальное уравнение, опи-

сывающее поведение этой схемы. Поскольку транзистор считается линейным устройством, то для него является справедливой схема замещения, отражающая связь между входным и выходным напряжениями (рис. 2).

Из схемы, приведенной на рис. 2, находим, что

$$i_k = S(u_{\sigma} - Du_k). \quad (1)$$

Это уравнение связывает ток коллектора с напряжениями, действующими на его базе и коллекторе. Но величина этого же тока также определяется и параметрами схемы, подключенной к транзистору.

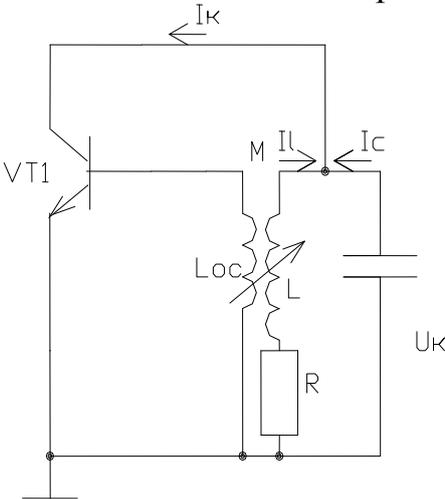


Рис. 5.  
Схема автогенератора,  
анализируемого  
в терминах  
линейной теории

Мы видим, что ток коллектора представляет собой сумму токов, протекающих в индуктивности и емкости колебательного контура

$$i_k = i_L + i_C. \quad (2)$$

Поскольку ток в емкости определяется скоростью изменения коллекторного напряжения

$$i_C = C \frac{du_k}{dt},$$

а коллекторное напряжение представляет собой сумму падений напряжения на индуктивности контура и сопротивлении  $R$

$$u_k = L \frac{di_L}{dt} + i_L R,$$

то для тока в емкости можно записать

$$i_C = LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + RC \frac{di_L}{dt}.$$

Теперь для коллекторного тока можно составить уравнение

$$i_k = i_L + RC \frac{di_L}{dt} + LC \frac{d^2 i_L}{dt^2}. \quad (3)$$

Запишем теперь уравнение (1), заменив в нем действующие напряжения на ток, протекающий в индуктивной ветви. Учтем, что

$$u_{\sigma} = \pm M \frac{di_L}{dt}.$$

Тогда уравнение (1) можно переписать следующим образом:

$$i_k = S \left( M \frac{di_L}{dt} - D \left( L \frac{di_L}{dt} + i_L R \right) \right) = (SM - SDL) \frac{di_L}{dt} + SD R i_L. \quad (4)$$

Сравнивая правые части уравнений (3) и (4), получаем

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \left( \frac{R}{L} + \frac{1}{R_i C} - \frac{SM}{LC} \right) \frac{di_L}{dt} + \frac{1 + \frac{R}{R_i}}{LC} i_L = 0.$$

Учитывая, что  $R \ll R_i$ , и обозначив

$$\frac{R}{L} + \frac{1}{R_i C} - \frac{SM}{LC} = 2\alpha,$$

получим уравнение, описывающее ток в индуктивной ветви:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2\alpha \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$i_L = A_0 e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t.$$

Характер колебания  $i_L$  зависит от коэффициента  $\alpha$ . Если  $\alpha > 0$ , то колебания затухнут со временем.

Рассмотрим подробнее выражение для  $\alpha$ . При  $M = 0$   $\alpha > 0$ . Это означает, что при  $M = 0$  колебания в генераторе будут затухать (рис. 6).

При возрастании связи в контур вносится некоторое отрицательное сопротивление по абсолютной величине, равное  $SM/C$ .

Если

$$\frac{SM}{C} > R + \frac{1}{R_1 C}, \quad (5)$$

то результирующее сопротивление может стать отрицательным. В этом случае  $\alpha < 0$  и ток в индуктивной ветви будет нарастать по закону

$$i_L = A_0 e^{|\alpha|t} \sin \omega_0 t. \quad (6)$$

Таким образом, условие (5) обеспечивает рост амплитуды колебаний при сколь угодно малых значениях начальных амплитуд (рис. 7).

Этому условию можно придать другую форму, если учесть, что  $k_{o.c.} = M/L$  и  $L/RC = Z_{k.p.}$ . Имеем

$$S > \frac{1}{(k_{o.c.} - D)Z_{k.p.}}. \quad (7)$$

Полученное неравенство называется основным неравенством генератора при самовозбуждении и позволяет легко объяснить влияние основных параметров транзистора на возникновение автоколебаний.

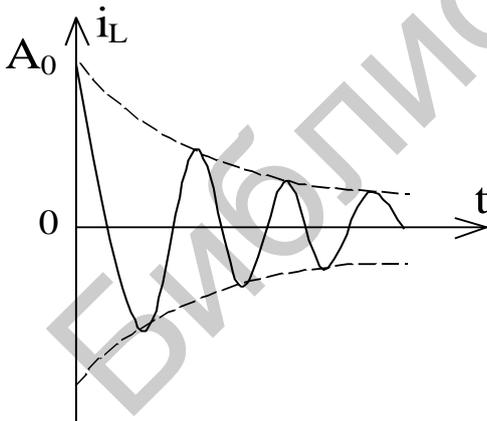


Рис. 6. Затухание колебаний в генераторе при  $\alpha > 0$

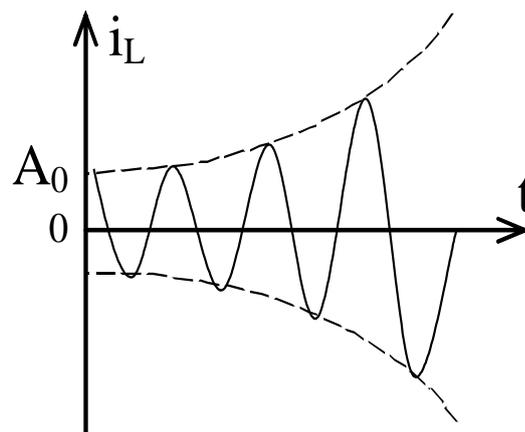


Рис. 7. Возрастание амплитуды колебаний при  $\alpha > 0$

### 1.1.4. Квазилинейная теория автогенератора

Полученное в терминах линейной теории условие самовозбуждения генератора ничего не говорит о стационарной амплитуде автоколебаний. Следуя линейной теории автогенератора, мы приходим к выводу, что амплитуда колебаний будет возрастать неограниченно. А это не так, так как при больших амплитудах возбуждения вступает в силу нелинейность характеристики транзистора, которая ограничит рост амплитуды генерируемых колебаний.

Для более тщательного анализа механизма возбуждения автоколебаний надо учитывать зависимость крутизны характеристики от амплитуды колебаний.

В течение одного периода базового напряжения используются участки характеристики с различной крутизной. Характеристику транзистора в этом случае уже нельзя описывать уравнением, полученным из линейной схемы замещения, так как крутизна зависит от амплитуды базового напряжения.

Линейная теория не может учесть это обстоятельство. Поэтому обращаются к помощи *квазилинейных* методов.

Сущность квазилинейной теории заключается в том, что за один период базового напряжения принимаются неизменными амплитуда базового напряжения и крутизна характеристики транзистора. Это приводит к постоянству также и первой гармоники коллекторного тока. Это значит, что развитие процесса возрастания амплитуды колебаний в генераторе происходит скачкообразно от одного значения амплитуды базового напряжения к следующему, как показано на рис. 8.

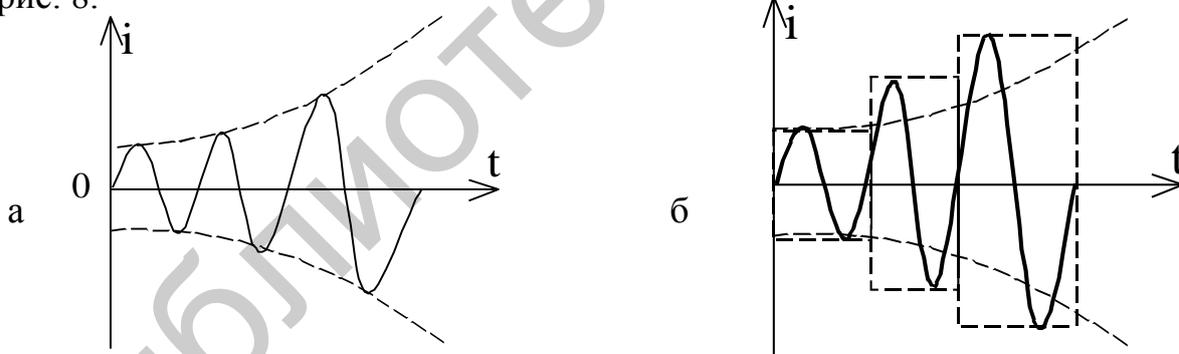


Рис. 8. Процесс нарастания амплитуды автоколебаний (а), возрастание амплитуды автоколебаний в генераторе в квазилинейной теории генератора (б)

### 1.1.5. Обобщенная схема автогенератора в квазилинейной теории

Наша задача – получить условие самовозбуждения автогенератора в терминах квазилинейной теории. Приступая к ее решению, построим так называемую обобщенную схему анализируемого автогенератора. Дело в том, что любой автогенератор содержит нелинейный усилительный элемент и четырехпо-

люсник обратной связи. При этом входными зажимами четырехполюсник

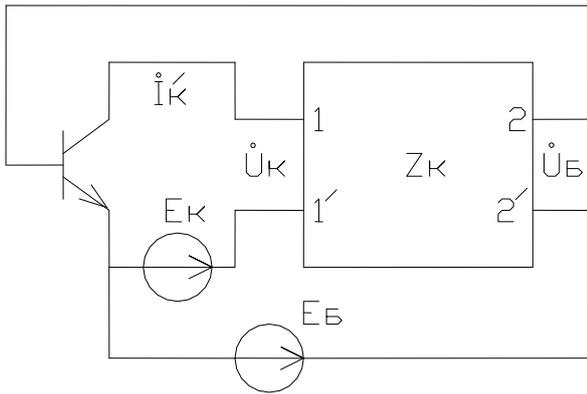


Рис. 9. Обобщенная схема автогенератора

подключается к выходу усилителя, а выходными – к его входу. Построив такую обобщенную схему, перейдем к анализу условий ее возбуждения. Когда эти условия будут получены, мы можем получить условия самовозбуждения конкретной схемы, предварительно представив ее в виде обобщенной. Таким образом, проведя анализ обобщенной схемы, мы получаем

возможность записать условия самовозбуждения для большого числа конкретных схем, приводящихся к виду обобщенной. Поскольку в терминах квазилинейной теории мы анализируем схему линейными методами, то можно для ее анализа воспользоваться методом комплексных амплитуд. Итак, обобщенная схема автогенератора, анализируемая методом комплексных амплитуд, может быть представлена в виде, показанном на рис. 9.

Зависимость тока, протекающего через транзистор от параметров транзистора и напряжений, действующих на его электродах, опишем уравнением линейным по форме, но нелинейным по содержанию. Учитывая нелинейный характер схемы, введем в рассмотрение некоторую среднюю крутизну  $S_{cp}$ , представляющую собой коэффициент пропорциональности между током коллектора и суммой определяющих его напряжений. Итак, из обобщенной схемы мы видим, что

$$\dot{I}_K = S_{CP} (\dot{U}_B - D\dot{U}_K). \quad (8)$$

Если сопротивление между зажимами 1 – 1' обозначить  $Z_k$ , то легко видеть, что ток коллектора можно определить по соотношению

$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_k}{Z_k}. \quad (9)$$

Сравнивая правые части уравнений (8) и (9), имеем

$$S_{CP} (\dot{U}_B - D\dot{U}_K) = \frac{\dot{U}_K}{Z_k}. \quad (10)$$

Так как

$$k_{o.c.} = - \frac{\dot{U}_b}{\dot{U}_k},$$

то уравнение (10) можно подать в форме

$$S_{CP} = \frac{1}{(k_{o.c.} / - D) Z_k}.$$

Усилим это равенство и получим основное уравнение, описывающее процесс самовозбуждения генератора вплоть до установления стационарной амплитуды:

$$S_{CP} \geq \frac{1}{(k_{oc} - D)Z_k}. \quad (11)$$

Обсудим полученный результат. Пока не сказывается инерция носителей электрического заряда  $S_{CP} > 0$ . Значит, при самовозбуждении мнимая часть этого уравнения равна нулю. Это условие – математическое выражение баланса фаз. Оно определяет частоту генерируемых колебаний. Основное неравенство (11) в действительной форме представляет собой баланс амплитуд и используется для нахождения стационарной амплитуды генерируемых колебаний.

**Пример 2.** Получить условие самовозбуждения схемы автогенератора с контуром в цепи коллектора и найти частоту генерируемых колебаний в терминах квазилинейной теории генератора.

Для решения поставленной задачи нужно эквивалентную схему анализируемого генератора, приведенную на рис 5, представить в виде обобщенной схемы автогенератора. Тогда сразу можно будет записать условие ее самовозбуждения в виде, представленном формулой (11). И после этого надо конкретизировать величины  $k_{oc}$  и  $Z_k$ .

Итак, перечертим эквивалентную схему автогенератора и представим ее в виде обобщенной с помощью рис. 10. Следовательно, условием самовозбуждения этой схемы является (11). Рассчитаем величины  $k_{oc}$  и  $Z_k$ . Имем

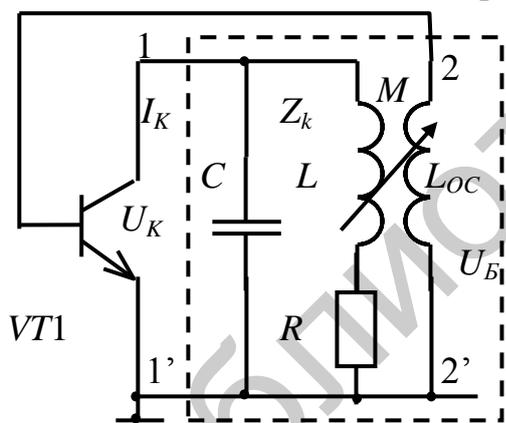


Рис. 10. Представление схемы генератора с контуром в цепи коллектора в виде обобщенной схемы

Имеем

$$|k_{oc}| = \left| \frac{\dot{U}_B}{\dot{U}_K} \right| = \left| \frac{i\omega M \dot{I}_L}{i\omega L \dot{I}_L} \right| = \frac{M}{L}.$$

Сопротивление  $Z_k$  представляет собой входное сопротивление четырехполюсника обратной связи, т. е. сопротивление его между зажимами 1-1'. Пренебрегая влиянием цепи обратной связи на величину входного сопротивления, считаем, что оно определяется сопротивлением параллельного колебательного контура генератора, которое определяется формулой

$$Z_k = \frac{Z_{k\text{рез}}}{1 + ia},$$

где  $a = (\omega L - 1/\omega C)/R$  – обобщенная расстройка контура. Таким образом, условие самовозбуждения схемы автогенератора с контуром в цепи коллектора имеет вид

$$S_{CP} \geq \frac{1}{\left(\frac{M}{L} - D\right) \frac{Z_{k \text{ пез}}}{1 + ia}}$$

Поскольку левая часть этого неравенства является существенно положительным числом, то и правая часть представляет собой положительное число. Это означает, что  $a = 0$ . Это является математической формулировкой баланса фаз в автогенераторе, которая позволяет вычислить частоту генерируемых колебаний  $\omega_{\text{ген}} = 1/\sqrt{LC}$ . С учетом этого получаем для условия баланса амплитуд выражение

$$S_{CP} \geq \frac{1}{(k_{oc} - D)Z_{k \text{ пез}}}$$

Сравнивая полученное выражение с таковым, полученным в рамках линейной теории, мы видим, что оно отличается только тем, что появилось новое качество у крутизны: теперь мы работаем со средней крутизной и можем рассматривать генерирование колебаний вплоть до установления стационарной амплитуды, что невозможно было сделать в рамках линейной теории автогенератора.

### 1.1.6. Основные схемы LC-генераторов и их эквивалентные схемы

Схема генератора с контуром в цепи коллектора с последовательным питанием представляется эквивалентной схемой, показанной на рис. 11.

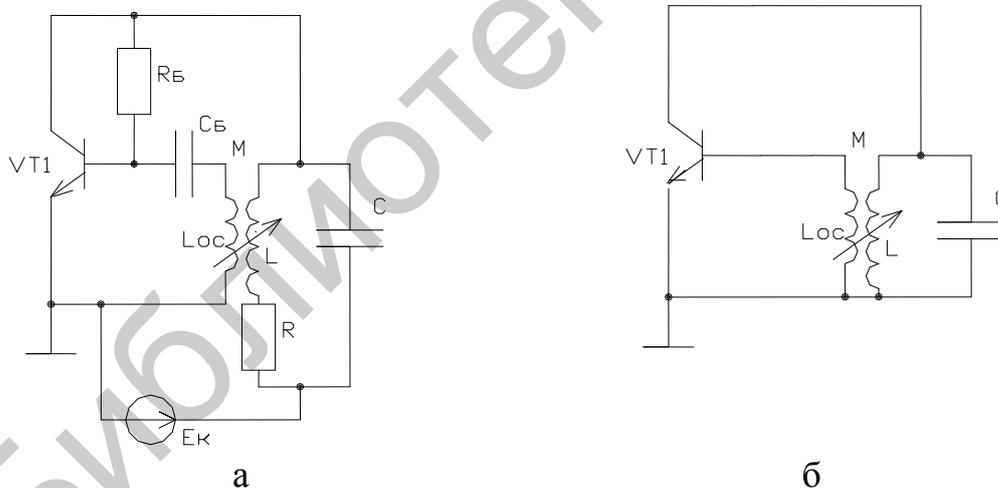


Рис. 11. Схема генератора с контуром в цепи коллектора с последовательным питанием (а) и его эквивалентная схема по переменному току (б)

Схема генератора с контуром в цепи коллектора с параллельным питанием приведена на рис. 12.

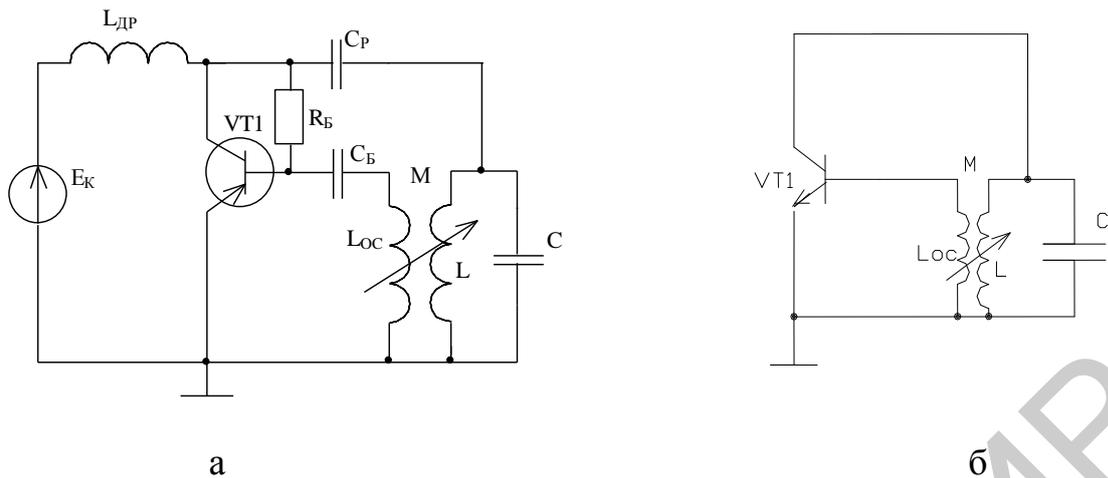


Рис. 12. Схема генератора с контуром в цепи коллектора с параллельным питанием (а) и ее эквивалентная схема по переменному току (б)

Схема генератора с контуром в цепи базы приведена на рис. 13. В этом случае колебательный контур включен в базовую цепь транзистора. Поскольку входное сопротивление контура при этом значительно ниже, чем в предыдущем случае, то это заставляет выбирать колебательную схему с достаточно высокой добротностью, иначе возбудить такую схему может не получиться.

На этом же рис. 13, в изображена схема автогенератора с контуром в цепи эмиттера, широко используемая в преобразователях частоты с совмещенным гетеродином. Напряжение сигнала снимается с колебательного контура и подается в цепь эмиттера. Контур при этом включается, как правило, не полностью, поскольку сопротивление в цепи эмиттера имеет небольшую величину и в противном случае будет сильно его шунтировать.

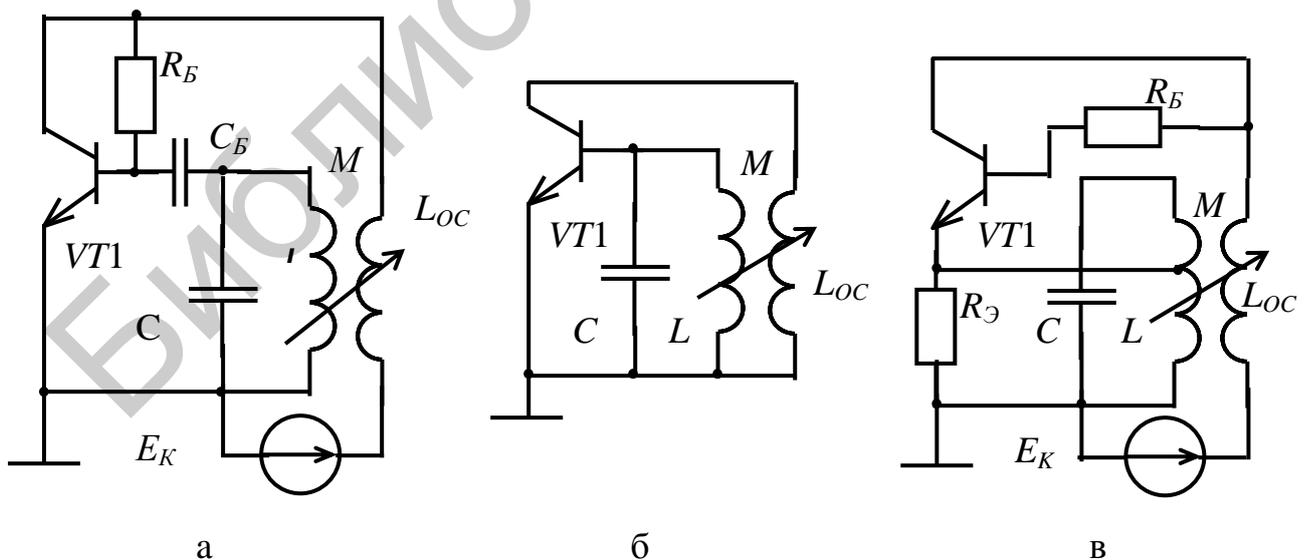


Рис. 13. Схема генератора с контуром в цепи базы (а), ее эквивалентная схема по переменному току (б) и схема автогенератора с контуром в цепи эмиттера (в)

**Пример 3.** В терминах линейной теории генератора получить условие самовозбуждения и рассчитать частоту генерируемых колебаний для схемы генератора с контуром в цепи базы.

Запишем уравнение второго закона Кирхгофа для колебательного контура, включенного в базовую цепь транзистора. Имеем

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = M \frac{di_k}{dt}.$$

Здесь  $i$  – ток в контуре,  $i_k$  – коллекторный ток. Преобразуем это уравнение таким образом, чтобы оно было записано относительно только одной переменной, например, относительно напряжения на базе  $u_B$  транзистора. При этом надо учесть, что

$$u_B = \frac{1}{C} \int i dt, \quad i = C \frac{du_B}{dt} = C \frac{dU_B}{dt}, \quad \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_B}{dt^2}.$$

Пренебрегая реакцией нагрузки, выразим  $di_k/dt$  следующим образом:

$$\frac{di_K}{dt} = \frac{di_K}{du_B} \cdot \frac{du_B}{dt} = S \cdot \frac{du_B}{dt}.$$

Теперь можно составить дифференциальное уравнение для одной переменной, которой является напряжение  $u_B$  на базе транзистора. Имеем

$$LC \frac{d^2 u_B}{dt^2} + RC \frac{du_B}{dt} + u_B = SM \frac{du_B}{dt}.$$

Перепишем это уравнение еще раз.

$$\frac{d^2 u_B}{dt^2} + \left( \frac{R}{L} - \frac{SM}{LC} \right) \cdot \frac{du_B}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u_B = 0.$$

Вводя обозначения

$$\frac{R}{L} - \frac{SM}{LC} = 2\alpha, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

аналогично тому, как это мы делали раньше, приходим к уже известному нам уравнению

$$\frac{d^2 u_B}{dt^2} + 2\alpha \frac{du_B}{dt} + \omega_0^2 u_B = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u_B = A \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega_0 t,$$

из которого видно, что амплитуда гармонических колебаний с частотой  $\omega_0$  на базе транзистора будет нарастать со временем, если  $\alpha < 0$ . Приходим к выводу, что условием самовозбуждения схемы с контуром в цепи базы является

$$\frac{R}{L} - \frac{SM}{LC} < 0$$

или

$$S > \frac{RC}{M},$$

а частота генерируемых колебаний определяется резонансной частотой колебательного контура, включенного в базовую цепь транзистора.

**Пример 4.** В терминах квазилинейной теории автогенератора получить условие самовозбуждения схемы генератора с колебательным контуром в базовой цепи транзистора. Оценить частоту генерируемых колебаний.

Представим схему генератора с контуром в цепи базы транзистора (рис. 13) в виде обобщенной (рис. 14).

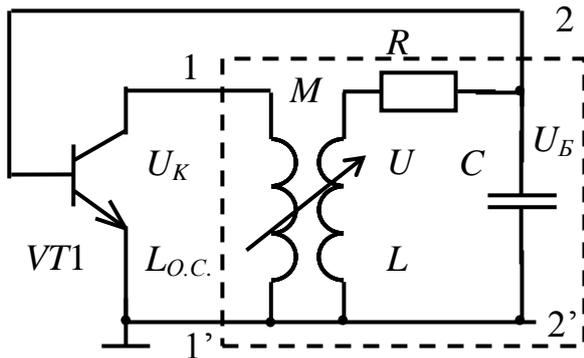


Рис. 14. Эквивалентная схема генератора с контуром в цепи базы

Так как схема приводится к виду обобщенной, то условием ее самовозбуждения является формула (11). Конкретизируем параметры этой формулы. Очевидно, что  $Z_K \approx i\omega L_{o.c.}$ . Рассчитаем величину коэффициента обратной связи. Поскольку ток  $I_K$  создает в контуре генератора напряжение  $\dot{U} = \pm i\omega M \cdot I_K$ , то напряжение  $\dot{U}_B$ , выделяющееся на конденсаторе  $C$ , можно записать в виде

$$U_B = \frac{\dot{U}}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \cdot \frac{1}{i\omega C}.$$

Тогда

$$k_{o.c.} = \frac{M}{i\omega L_{o.c.} RC [1 + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})]}.$$

Подставляя полученные выражения для  $Z_K$  и  $k_{o.c.}$  в формулу (11), получим для условия возбуждения схемы

$$S_{CP} \geq \frac{1}{[\frac{M}{i\omega L_{o.c.} RC} [1 + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})] - D] \cdot i\omega L_{o.c.}} \approx \frac{RC}{M [1 + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})]}.$$

Из условия баланса фаз  $\omega L - 1/\omega C = 0$  получаем для частоты генерируемых колебаний  $\omega = 1/\sqrt{LC}$ , и условие самовозбуждения принимает вид  $S_{CP} \geq \frac{RC}{M}$ , что совпадает с выражением, полученным в предыдущем примере.

### 1.1.7. Трехточечные схемы автогенераторов

Трехточечной называется такая схема автогенератора, в которой контур подключается к транзистору или лампе своими тремя точками (рис. 15, а).

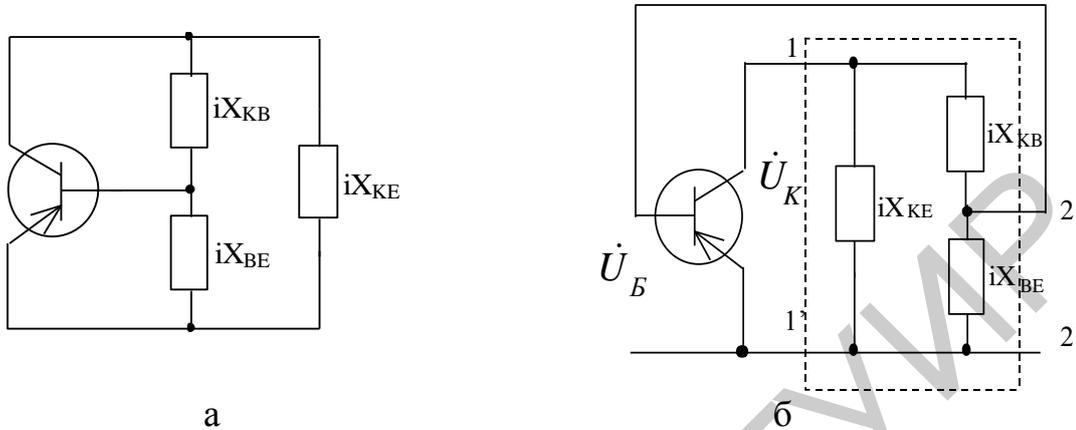


Рис. 15. Трехточечная схема автогенератора (а) и ее обобщенная схема (б)

**Пример 5.** В терминах линейной теории генератора получить условие самовозбуждения и рассчитать частоту генерируемых колебаний для трехточечной схемы генератора.

Решение этой задачи предоставляется учащимся для самостоятельного решения.

**Пример 6.** В терминах квазилинейной теории генератора получить условие самовозбуждения и рассчитать частоту генерируемых колебаний для трехточечной схемы генератора.

Представим анализируемую схему в виде обобщенной (рис. 12, б). Теперь нужно конкретизировать для этой схемы два параметра:  $k_{o.c.}$  и  $Z_k$ . Находим

$$k_{o.c.} = -\frac{\dot{U}_b}{\dot{U}_k} = -\frac{X_{bk}}{X_{bk} + X_{eb}}, \quad Z_k = \frac{X_{ek}(X_{eb} + X_{bk})}{R + i(X_{ek} + X_{bk} + X_{eb})}.$$

Подставим значения найденных величин в основное неравенство генератора и получим

$$S \geq -\frac{1}{\left(-\frac{X_{eb}}{X_{bk} + X_{eb}} - D\right) \frac{-X_{ek}(X_{ek} + X_{bk})}{R + i(X_{ek} + X_{bk} + X_{eb})}}.$$

Условие выполнения баланса фаз  $X_{ek} + X_{bk} + X_{eb} = 0$ . Из него получаем значение частоты генерируемых колебаний.

Условие баланса амплитуд

$$S_{cp} \geq \frac{R}{(X_{eb} + DX_{eb} + DX_{bk})X_{ek}}.$$

Проведем анализ полученных выражений для баланса фаз и баланса амплитуд. Для определенности положим  $X_{ek} > 0$ , т. е. будем считать, что  $X_{ek}$  пред-

ставляет собой индуктивность. Тогда индуктивным будет и сопротивление, определяемое выражением  $X_{eb}(1+D)+DX_{bk}>0$ , откуда получаем

$$X_{eb} > -DX_{bk}(1+D) = -X_{bk}/(\mu+1).$$

Отсюда делаем вывод, что  $X_{eb}$  противоположно по знаку  $X_{bk}$  и значительно меньше его по величине, точнее, в  $\mu+1$  раз.

Из условия баланса фаз сравним величину  $X_{eb}$  с  $X_{ek}$ . Имеем

$$X_{eb} - (\mu+1)X_{eb} + X_{ek} = 0.$$

Откуда получаем  $X_{eb} = X_{ek}/\mu$ , т. е.  $X_{eb}$  по знаку совпадает с  $X_{ek}$  и значительно меньше его по величине.

Отсюда делаем вывод о том, что из всего многообразия трехточечных схем в качестве генератора будут работать только две. Одна из них называется *емкостной трехточкой*, а другая – *индуктивной трехточкой*. На рис. 16 приведена практическая схема индуктивной трехточки.

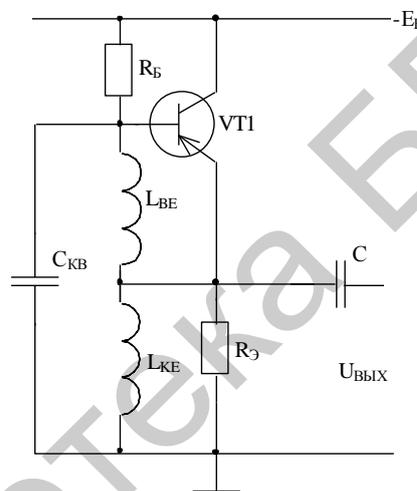


Рис. 16. Практическая схема индуктивной трехточки

### 1.1.8. Кварцевые генераторы

Эти генераторы используются в тех случаях, когда предъявляются повышенные требования к стабильности частоты задающих генераторов. В радиовещательных станциях диапазона длинных и средних волн абсолютная нестабильность частоты  $\Delta f$ , т.е. уход рабочей частоты  $f$  от номинального значения  $f_0$  не должен превышать 10 Гц. В радиовещательных станциях, работающих на коротких и ультракоротких волнах, допустимая относительная нестабильность частоты  $(\Delta f / f_0)100\% \leq 0.002\%$ . Значительное повышение стабильности частоты можно получить, применяя кварцевые резонаторы, в качестве которых обычно используют пластинки из кварца. Кварц представляет собой двуокись кремния  $\text{SiO}_2$  и широко распространен в природе. Кварц обладает прямым и обратным пьезоэффектом, т. е. при механической деформации пластины кварца на ней появляются электрические заряды (прямой пьезоэффект) и при помещении пласти-

ны кварца в электрическое поле она деформируется (обратный пьезоэффект). Условное обозначение кварцевого резонатора показано на рис. 17, а, а его эквивалентная электрическая схема – на рис. 17, б. На этой схеме кварц заменен последовательным контуром  $LCR$ , емкость  $C_0$  – статическая емкость пластин кварцедержателя. Обычно емкость кварца  $C$  равна десятым или сотым долям пикофарады. Эквивалентная индуктивность  $L$  – от долей до десятков миллигенри. Эквивалентное сопротивление  $R$  измеряется десятками или сотнями ом. Следовательно, добротность последовательного контура порядка десятков тысяч.

Статическая емкость кварцедержателя  $C_0$  равна 10...40 пФ, т. е. в сотни раз больше емкости кварца  $C$ . Поэтому собственная резонансная частота кварца как последовательного контура близка к собственной частоте эквивалентного параллельного контура (разница этих частот не превышает десятых долей процента).

Существуют различные схемы кварцевых генераторов. В так называемых осцилляторных схемах используется свойство кварца сохранять индуктивный характер сопротивления в узком диапазоне частот, лежащих между частотами последовательного и параллельного резонанса. Осцилляторные схемы собираются по типу трехточечных. Кварц включается в такие участки схемы, сопротивление которых для выполнения фазового условия самовозбуждения должно иметь индуктивный характер.

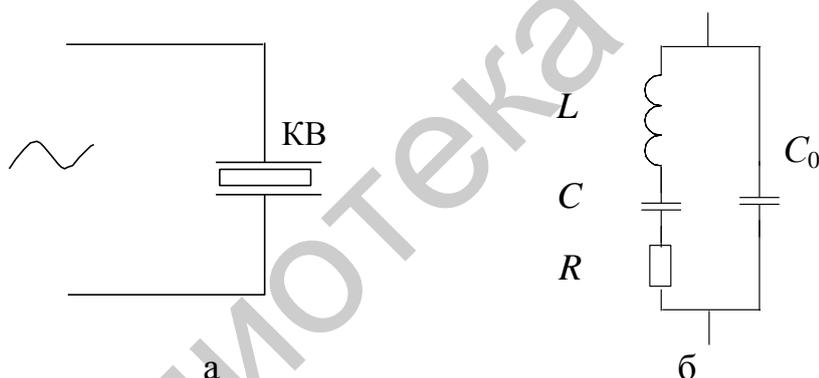


Рис. 17. Условное изображение (а) и эквивалентная схема (б) кварцевой пластины с кварцедержателем

### 1.1.9. LC-генераторы на приборах с отрицательным сопротивлением

Незатухающие колебания в контуре возможны только в том случае, когда его сопротивление потерь равно нулю. Поскольку любой реальный контур обладает потерями, то получение в контуре незатухающих колебаний можно рассматривать как результат внесения в него некоторого отрицательного сопротивления, компенсирующего его положительное сопротивление потерь. Роль такого отрицательного сопротивления играет нелинейный элемент генератора вместе с источником питания. Рассматривая устройство с отрицательным сопротивлением как некоторый двухполюсник, можно построить его вольт-амперную характеристику  $I=f(U)$ , показанную на рис. 18. Характерной особен-

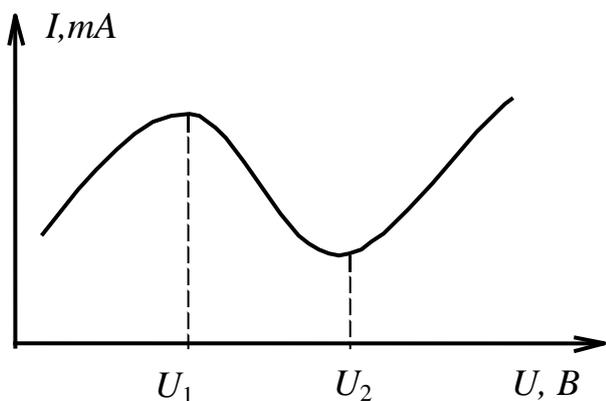


Рис. 18. Вольт-амперная характеристика отрицательного сопротивления

ностью этой характеристики является наличие падающего участка. В интервале напряжений от  $u_1$  до  $u_2$  сопротивление  $R = \Delta U / \Delta I$  этого двухполюсника является отрицательной величиной, т. е. увеличению напряжения соответствует уменьшение тока. В этом случае двухполюсник не потребляет, а отдает энергию во внешнюю цепь. Заметим, что двухполюсник проявляет свойства отрицательного сопротивления

только по отношению к переменным токам и напряжениям.

Простейшим примером генератора с отрицательным сопротивлением может служить LC-генератор на туннельном диоде, схема которого приведена на

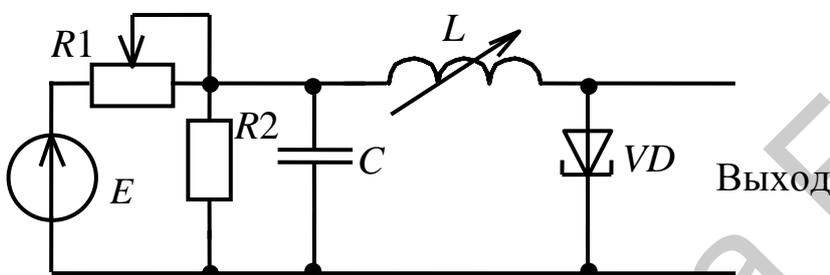


Рис. 19. Схема LC-генератора на туннельном диоде

рис. 19. Данный генератор можно представить в виде колебательного контура с введенным в него отрицательным сопротивлением, которое можно подключить к контуру либо последовательно, либо параллельно.

Получим основные соотношения, связывающие

величины отрицательного сопротивления с параметрами колебательной системы автогенератора.

При последовательном включении отрицательного сопротивления в контур (рис. 20) для компенсации потерь или создания колебаний с возрастающей амплитудой (отрицательное затухание) необходимо, чтобы

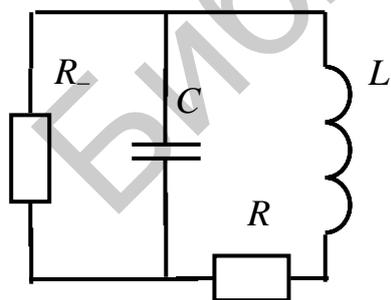


Рис. 21. Параллельное включение отрицательного сопротивления с колебательным контуром

$|R_-| \geq R$ , где  $R$  – сопротивление потерь в колебательном контуре. Иными словами, отрицательное сопротивление по своей абсолютной величине равно сопротивлению потерь контура или больше его. В установившемся режиме должно иметь место равенство  $|R_-| = R$ ,

что автоматически достигается за счет нелинейности системы в целом.

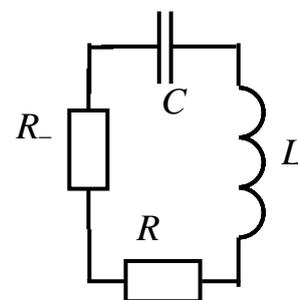


Рис. 20. Последовательное включение отрицательного сопротивления в колебательный контур

Параллельное включение отрицательного сопротивления (рис. 21) позволяет пересчитать отрицательное сопротивление  $R_-$  в контур, т. е. заменить параллельно включенное  $R_-$  последовательно включенным  $R'_- = L/RC$ . Тогда должно иметь место соотношение

$$|R'_-| \leq Z_{КРЕЗ},$$

из которого следует

$$|R'_-| \leq L/RC.$$

Следовательно, для возбуждения и поддержания колебаний в контуре параллельно присоединенное отрицательное сопротивление должно быть по абсолютной величине меньше или равно эквивалентному резонансному сопротивлению контура. Знак равенства здесь также соответствует установившемуся режиму.

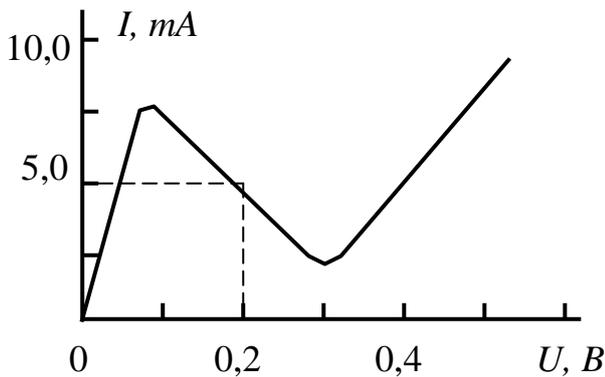


Рис. 22. Вольт-амперная характеристика туннельного диода

**Пример 7.** Автогенератор собран на туннельном диоде, вольт-амперная характеристика которого приведена на рис. 22. Рабочая точка выбрана на середине падающего участка вольт-амперной характеристики туннельного диода. Индуктивность колебательного контура генератора  $L=5$  мкГн, сопротивление потерь составляет 5 Ом. Оценить величину емкости контура  $C$ , при которой в схеме будут возбуждаться автоколебания.

Для расчета величины емкости  $C$  колебательного контура генератора сначала представим схему автогенератора на туннельном диоде в виде эквивалентной схемы, показанной на рис. 23, из которой видно, что можно воспользоваться соотношениями между отрицательным сопротивлением и параметрами колебательного контура.

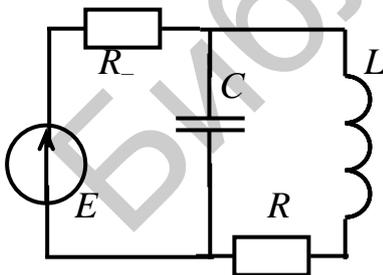


Рис. 23. Эквивалентная схема генератора на туннельном диоде

Оценим величину отрицательного сопротивления в рабочей точке туннельного диода. Из характеристики, приведенной на рис. 19, находим

$$R_- = \Delta U / \Delta I = -0,2 / 5 \cdot 10^3 = 40 \text{ Ом.}$$

Условием возникновения колебаний в автогенераторе с внутренней обратной связью является  $|R'_-| \leq L/RC$ . Отсюда находим, что должно быть  $C < L/R \cdot R'_-$ ; т. е.  $C < 0,25 \cdot 10^{-7}$  Ф.

**Пример 8.** Найти величины резисторов  $R_1$  и  $R_2$  в схеме автогенератора на туннельном диоде (рис. 24), при которых выполняется условие самовозбуждения и обеспечивается устойчивость стационарного режима генератора. Заданы параметры схемы

генератора  $C=50$  пФ,  $Q=100$ ,  $L=0,2$  мкГн,  $E=1,5$  В. Характеристика диода соответствует приведенной на рис. 22.

Для устойчивой работы генератора, изображенного на рис. 16, необходимо выполнение условия  $|R_-| \leq Z_{KPE3} = L/RC = \rho Q$ , где  $\rho$  – волновое сопротивление контура. Из вольт-амперной характеристики находим величину отрицательного сопротивления в рабочей точке  $|R_-| = 40$  Ом,  $Z_{KPE3} = 64$  кОм. Обычно принимают  $|R_-| = (0,3 \dots 0,5) Z_{KPE3}$ . В рассматриваемом случае  $Z_{KPE3} \gg |R_-|$ , поэтому для согласования  $Z_{KPE3}$  с величиной  $|R_-|$  нужно использовать неполное включение колебательного контура.

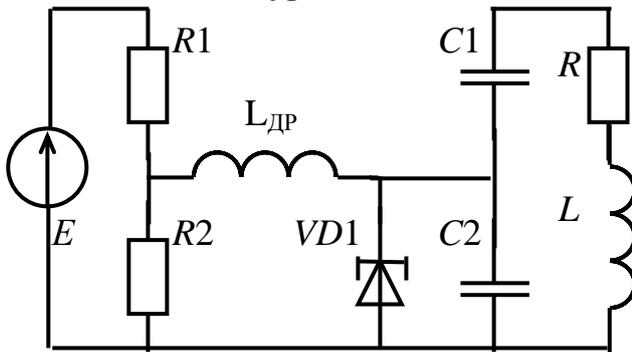


Рис. 24. Схема генератора на туннельном диоде с неполным включением контура

Оценим величину коэффициента включения контура  $p = \sqrt{3} |R_-| / Z_{KPE3} \approx 0,14$ . Схема генератора примет вид, показанный на рис. 24. Учитывая, что суммарная емкость контура не должна измениться, находим  $C1C2/(C1+C2) = 50$  пФ, откуда  $C1 = 58$  пФ,  $C2 = 360$  пФ.

Для обеспечения устойчивого положения рабочей точки на падающем участке характеристики диода необходимо выполнение условия  $|R_-| > R_{IЭ}$ , где  $R_{IЭ}$  – внутреннее сопротивление эквивалентного источника.

Для выбора сопротивлений  $R1$  и  $R2$  заменим схему делителя с источником питания эквивалентной схемой, показанной на рис. 25. Если выбрать рабочую точку посередине падающего участка вольтамперной характеристики, то статическое сопротивление туннельного диода в рабочей точке будет  $R_{CT} = 0,15/5 \cdot 10^{-3} = 30$  Ом.

При выполнении условия  $R_{CT} \gg R_{IЭ}$  напряжение на диоде будет близко к напряжению источника, а именно  $U_{CM} \approx E_{Э} = 0,15$  В. Задаваясь  $R2 = 2$  Ом, находим  $R1 = R2(E - E_{Э})/E_{Э} = 20$  Ом.

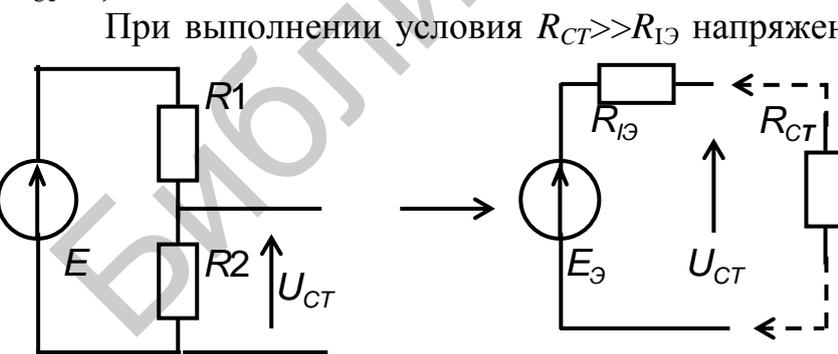


Рис. 25. Эквивалентная схема делителя с источником питания

Для определения индуктивности дросселя  $L_{др}$  можно воспользоваться условием  $\omega L_{др} \gg R_{Э} = \rho^2 \rho Q$ .

**Пример 9.** Найти амплитуду стационарных колебаний на контуре генератора с туннельным диодом (рис. 24) с параметрами схемы, приведенными в предыдущем примере.

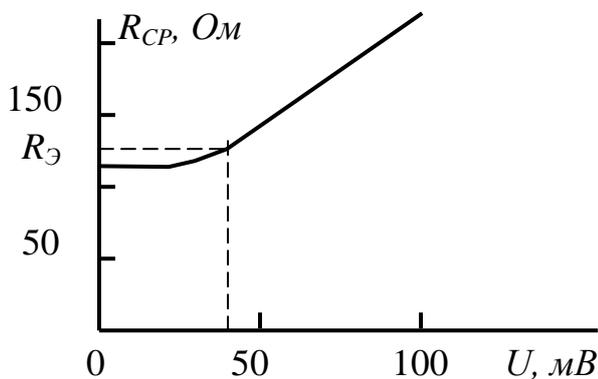


Рис. 26. Зависимость среднего сопротивления диода от амплитуды напряжения

Найдем зависимость амплитуды первой гармоники тока через туннельный диод от амплитуды напряжения методом трех ординат, для чего зададимся различными значениями амплитуд относительно рабочей точки. При этом амплитуду первой гармоники будем вычислять по соотношению  $I_{m1} = (I_{max} - I_{min})/2$ . По найденным значениям  $I_{m1}$  построим зависимость среднего сопротивления диода  $R_{CP} = U/I_{m1}$  от амплитуды напряжения (рис. 26). Точке пересечения этой прямой  $R = R_{\mathcal{E}} = 124$  Ом соответствует стационарная амплитуда колебаний, равная 40 мВ.

**Пример 10.** Провести анализ работы генератора на отрицательном сопротивлении при различных случаях положения нагрузочной прямой на вольтамперной характеристике туннельного диода.

Изменяя величину источника питания схемы генератора, приведенной на рис. 15, изобразим положения 1, 2 и 3 нагрузочной прямой на вольтамперной характеристике туннельного диода, когда нагрузочная прямая пересекается только в одной точке с вольт-амперной характеристикой диода (рис. 27).

*Положение 1 нагрузочной прямой.* В данном случае внутреннее сопротивление диода является положительным. Увеличив с помощью запускающего импульса ток через нелинейный элемент до величины  $I_{MAX}$ , можно создать в схеме скачок напряжения и задать направление движения изображающей точки по фазовой траектории в сторону второго восходящего участка вольт-амперной характеристики. Однако через один цикл движения точка снова вернется в положение  $A$ , соответствующее особой точке системы, так как в точке 1 фазовая скорость становится равной нулю и перемещение изображающей точки заканчивается. Такой режим колебаний соответствует режиму работы ждущего релаксационного генератора. Во время релаксации  $u > u_2$ , т. е. формируется положительный импульс выходного напряжения.

*Положение 2 нагрузочной прямой.* Нагрузочная прямая пересекает вольт-амперную характеристику в точке  $B$ , лежащей на участке отрицательного сопротивления, где  $R_i < 0$ . Характер особой точки зависит от величины  $R_i$ . Если  $|R_i| > R$  и при этом  $|R_i| < L/RC$ , то точка  $B$  является неустойчивым узлом или фокусом. Поскольку эта точка единственная, в установившемся режиме изображающая точка должна перемещаться по устойчивому предельному циклу. В схеме генератора существуют периодические релаксационные или гармонические ко-

лебания. В том случае, когда индуктивность  $L$  велика, а паразитная емкость  $C$  мала, возникают релаксационные колебания.

Пусть в начальный момент изображающая точка совпадает с точкой  $A_0$ . Так как эта точка находится выше графика  $I=f(U)$ , то направление движения в указанной точке представляет собой горизонтальное движение в указанном на рис. 25 направлении вправо от оси координат. Изображающая точка перемещается до пересечения со вторым восходящим участком вольт-амперной характеристики диода, на котором направление движения изменяется, т. е. изображающая точка смещается вниз. Когда изображающая точка сместится на бесконечно малую величину, она сможет дальше двигаться только по горизонтали влево. Поэтому изображающая точка не может оторваться от характеристики  $I=f(U)$  и движется по второму восходящему участку вольт-амперной характеристики вниз к точке с координатами  $(U_2, I_{MIN})$ . От этой точки изображающая точка перемещается в разрешенном направлении движения, т. е. по горизонтали влево, к точке пересечения с первым восходящим участком кривой  $I=f(U)$ . Однако перемещаться вверх она не может, так как стоит ей только переместиться на бесконечно малую величину по вертикали, разрешенное направление движения изменяется. Теперь изображающая точка может перемещаться только горизонтально в сторону первого восходящего участка вольт-амперной характеристики диода. Изображающая точка прижимается к характеристике и перемещается по ней до точки максимума с координатами  $(U_1, I_{MAX})$ . В этом месте изображающая точка отрывается от характеристики  $I=f(U)$  и перемещается в горизонтальном направлении до пересечения со вторым восходящим участком вольт-амперной характеристики. А затем начинает опускаться по этому участку. Процессы в схеме автогенератора повторяются. Изображающая точка движется по устойчивому предельному циклу, охватывающему точки максимума  $(U_1, I_{MAX})$  и минимума  $(U_2, I_{MIN})$ . Независимо от

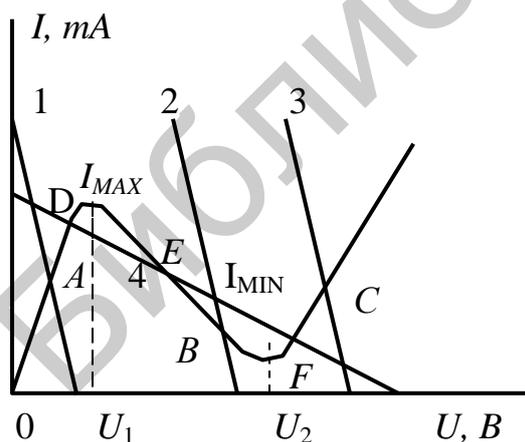


Рис. 27. Случаи взаимного расположения нагрузочной прямой и вольт-амперной характеристики диода

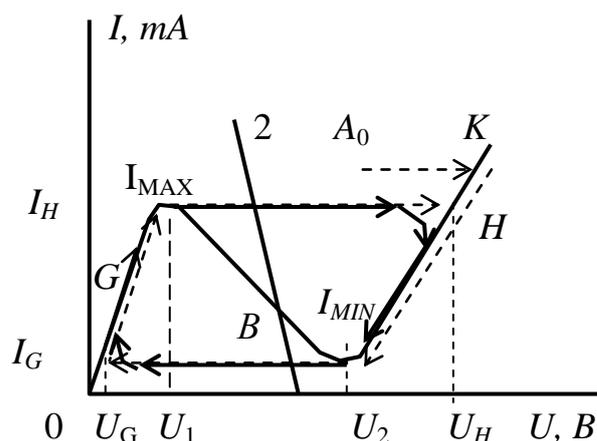


Рис. 28. Развитие процессов в автогенераторе, когда изображающая точка находится в положении  $A_0$

положения точки  $A_0$ , т. е. от начальных условий существования системы, фазовая траектория скручивается в направлении к этому предельному циклу.

При начальных условиях  $U=0, I=0$ , предшествующих включению источника питания, изображающая точка совпадает с началом координат. В этом случае процессы в генераторе начинаются с перемещения изображающей точки по первому восходящему участку вольт-амперной характеристики до точки максимума  $(U_1, I_{MAX})$ .

Наличие горизонтальных участков на предельном цикле (рис. 28) свидетельствует о том, что при большой индуктивности  $L$  ток  $I$ , протекающий через нее, во время скачка напряжения остается неизменным. Например, при скачке напряжения от  $U_1$  до  $U_2$  ток в индуктивности остается равным  $I_{MAX}$ . В действительности же в силу конечного значения индуктивности  $L$  за время быстрого изменения напряжения на нелинейном элементе и паразитной емкости  $C$  ток  $I$  успевает несколько измениться, что и показано на рис. 28.

При малой индуктивности  $L$  горизонтальные участки предельного цикла вообще отсутствуют. В этом случае особая точка  $B$  превращается в точку типа центр. В системе наблюдаются гармонические колебания.

При  $|R_i| > L/RC$  особая точка  $B$  превращается в устойчивый фокус. Периодические колебания в такой системе невозможны.

При  $|R_i| < L/RC$  особая точка превращается в неустойчивый фокус, изображающая точка, раскручиваясь из окрестностей точки  $B$ , после переходного процесса перемещается по замкнутому эллипсоидному циклу (рис. 29). Такой режим соответствует режиму квазигармонических колебаний в системе.

При  $|R_i| \ll L/RC$ , т. е. при большой индуктивности катушки, колебания в системе будут релаксационными, со скачками. Предельный цикл для таких колебаний показан на рис. 26.

Таким образом, при  $|r_0| \ll L/RC$ , где  $r_0=R_i$  для участка отрицательного сопротивления, система работает как автоколебательный релаксационный генератор.

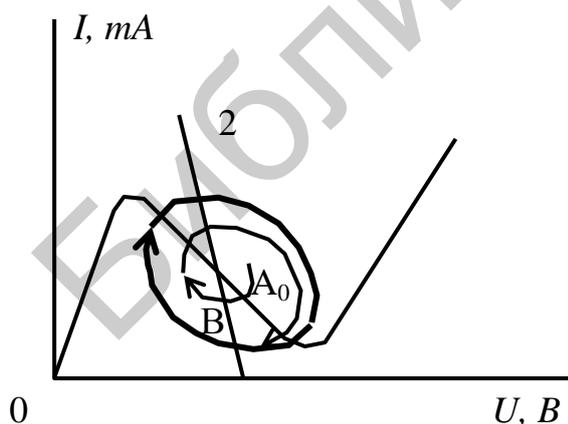


Рис. 29. Режим квазигармонических колебаний в схеме автогенератора на туннельном диоде

*Положение 3 нагрузочной прямой.* Особая точка находится в точке  $C$  (рис. 27) на втором восходящем участке вольт-амперной характеристики диода. Значение  $R_i$  положительно. Особая точка является устойчивой. Режим колебаний соответствует ждущему режиму работы релаксационного генератора. Уменьшив с помощью короткого запускающего импульса ток через нелинейный элемент от значения  $I_C$ , соответствующего ординате точки  $C$ , до значения  $I_{MIN}$ , можно создать релаксационный скачок напряжения в схеме. При этом изображающая точка начинает перемещаться в

сторону первого восходящего участка вольт-амперной характеристики. Однако после одного цикла движения изображающей точки по фазовой траектории она вернется в точку  $C$  и остановится в ней, так как здесь фазовая скорость равна нулю. Во время движения изображающей точки обеспечивается неравенство  $U < U_C$ , где  $U_C$  – абсцисса точки  $C$ . Следовательно, релаксатор после запуска формирует импульс напряжения отрицательной полярности.

*Положение 4 нагрузочной прямой.* Нагрузочная прямая пересекает вольт-амперную характеристику диода в трех точках –  $D$ ,  $E$ ,  $F$ . Точка  $D$  лежит на первом восходящем участке, точка  $E$  – на участке отрицательного сопротивления, точка  $F$  – на втором восходящем участке вольт-амперной характеристики. Ординаты точек  $D$  и  $F$  имеют значения  $I_D$  и  $I_F$  соответственно. Так как  $I_D < I_{MAX}$ , а  $I_F > I_{MIN}$ , то  $R > r_0$ . В точке  $E$  выполняются соотношения  $R_i = r_0 < 0$  и  $R > |r_0|$ . Это означает, что точка  $D$  является неустойчивой точкой типа «седло».

В точках  $D$  и  $F$   $dl/dU > 0$  и  $R_i > 0$ . Таким образом, точки  $D$  и  $F$  являются устойчивыми узлами или фокусами. После включения источника питания схема генератора оказывается в таком состоянии, когда изображающая точка попадает либо в точку  $D$ , либо – в точку  $F$ . Такой бистабильный режим соответствует режиму работы триггера. При положении 4 нагрузочной прямой анализируемая схема может работать как триггер.

#### 1.1.10. Мягкий и жесткий режимы в автогенераторе

До сих пор мы говорили о возникновении колебаний в автогенераторе, не задумываясь о величине постоянного напряжения, приложенного к базе транзистора. Нас особенно не интересовал вопрос выбора положения рабочей точки на проходной характеристике транзистора. Тем не менее, положение рабочей точки сильно влияет на режим самовозбуждения и работы автогенератора.

Различают мягкий и жесткий режим работы генератора. Мягкий режим получается, если рабочая точка находится в пределах линейного участка проходной характеристики транзистора, а жесткий – когда рабочая точка находится вне линейного участка характеристики (рис. 30).

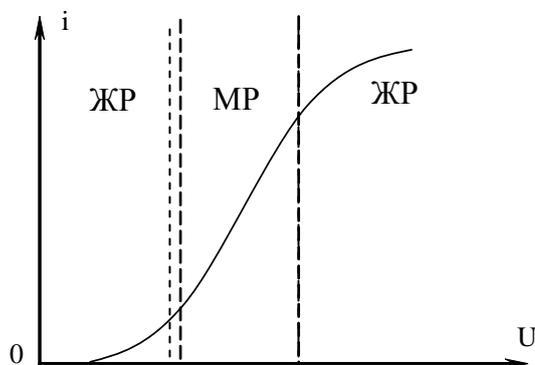


Рис. 30. Проходная характеристика транзистора и режимы в автогенераторе

Из рис. 27 мы видим, что:

- условия самовозбуждения в случае мягкого режима будут более благоприятны, так как в этом случае легче осуществить основное неравенство автогенератора;

- работа в мягком режиме оказывается менее выгодной с энергетической точки зрения.

С другой стороны,

- условия самовозбуждения в случае жесткого режима будут сильно затруднены из-за низкой величины крутизны проходной характеристики;

- работа генератора в жестком режиме отличается высокой энергетической эффективностью.

Отсюда легко сделать вывод о том, что целесообразно было бы разработать такие схемы автогенераторов, которые возбуждались бы в мягком режиме, а затем автоматически переходили в жесткий режим работы. К счастью, такие схемы уже разработаны и называются схемами с автоматическим смещением.

### 1.1.11. Схема автогенератора с автоматическим смещением

Схема генератора с автоматическим смещением приведена на рис. 31. В цепь базы транзистора включают цепь  $R_b C_b$ . Базовая цепь представляет простейшую выпрямительную схему, в которой роль диода играет участок база-эмиттер, а нагрузочным резистором является  $R_b$ . На сопротивлении  $R_b$  от постоянной

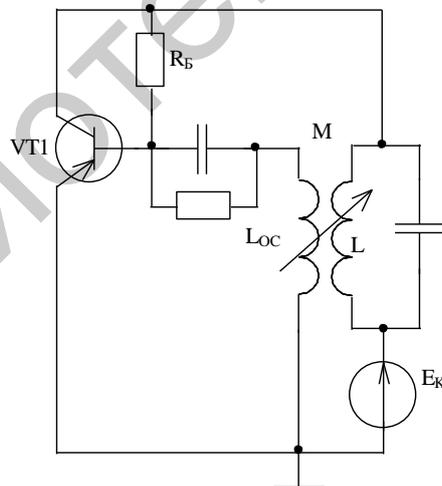


Рис. 31. Схема автогенератора с автоматическим смещением

составляющей базового тока получается постоянное напряжение с положительной полярностью на базе транзистора, которое является напряжением смещения. Конденсатор  $C_b$  сглаживает пульсации и повышает постоянное напряжение до амплитудного значения напряжения на базе транзистора. Для того чтобы конденсатор выполнял свою роль, постоянная его разряда должна быть меньше периода генерируемых колебаний.

Получение базового смещения этим методом имеет ту интересную особенность, что смещение автоматически возникает только тогда, когда на базу поступает переменное напряжение и автоматически получается тем больше, чем больше амплитуда переменного напряжения на базе. Кроме того, цепь автоматического смещения оказывает стабилизирующее действие на всю схему автогенератора. Для нормальной работы цепи автоматического смещения надо обеспечить такое нарастание амплитуды переменного напряжения, которое согласовывалось бы с изменением напряжения смещения. Это достигается выбором величин  $R_b$  и  $C_b$ . Легко видеть, что если постоянная времени цепи автоматического смещения выбрана очень малой, то генератор будет возбуждаться в мягком режиме и останется работать в этом же режиме. Если же постоянная времени цепи автоматического смещения будет выбрана очень большой, то в схеме будет иметь место так называемая *прерывистая генерация*. При этом из-за инерционности цепи  $R_b C_b$  рост напряжения смещения отстает от увеличения амплитуды переменного напряжения на базе транзистора. Это приводит к тому, что при очень большой величине постоянной времени цепи автоматического смещения амплитуда напряжения на базе может достигнуть напряжения, превышающего стационарную амплитуду генерируемых колебаний. По мере роста напряжения смещения рабочая точка будет смещаться влево, а амплитуда переменного базового напряжения будет постепенно уменьшаться из-за снижения средней крутизны, причем рост отрицательного смещения не прекращается при стационарной амплитуде, а продолжается дальше. Это приводит к снижению  $S_{cp}$  до величины, меньшей чем необходимо для устойчивой работы, и наступает срыв колебаний (рис. 32).

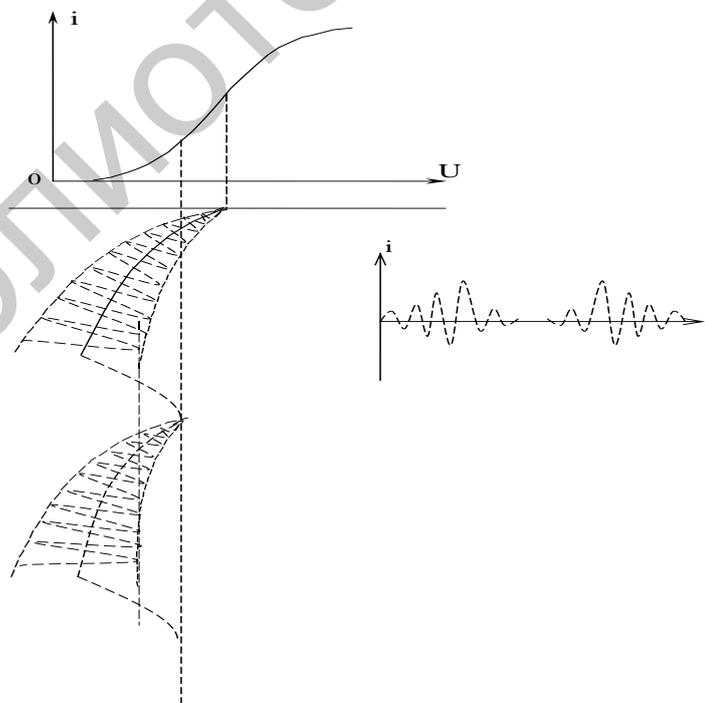


Рис. 32. Прерывистая генерация в схеме автогенератора

### 1.1.12. Графическое определение стационарной амплитуды генерируемых колебаний. Устойчивость стационарной амплитуды

#### Метод средней крутизны

Поставим задачу – найти амплитуду переменного напряжения, действующего на базе транзистора в стационарном режиме. Процесс стационарности описывается основным уравнением генератора:

$$S_{cp} \geq \frac{1}{(k_{o.c.} - D)Z_k}. \quad (12)$$

Отсюда по известным элементам схемы можно найти необходимую величину  $S_{cp}$ , но из этого условия нельзя найти амплитуду напряжения на базе транзистора. Однако  $S_{cp}$  является величиной постоянной в течение одного периода напряжения на базе, т. е. существует зависимость

$$S_{cp} = f(U_b). \quad (13)$$

Эту зависимость легко построить. Решим задачу качественно. Зависимость (13) имеет вид для мягкого и жесткого режимов, показанный на рис. 33.

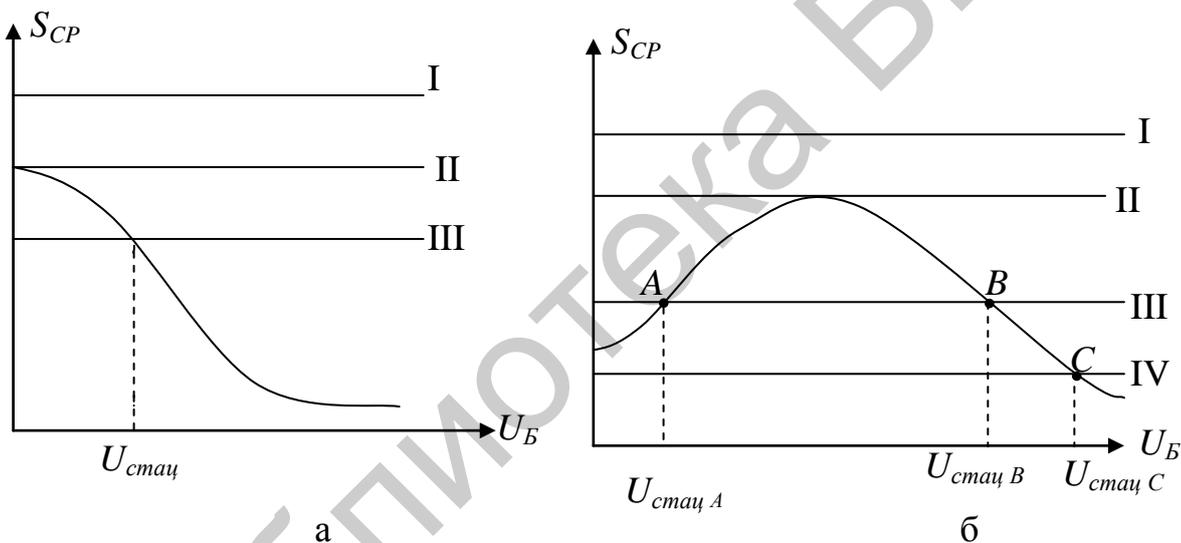


Рис. 33. Зависимость средней крутизны от напряжения возбуждения в мягком (а) и жестком (б) режимах

Для решения вопроса о величине стационарной амплитуды мы наносим на графике средней крутизны прямые линии обратной связи, т. е. решаем графически систему, состоящую из уравнений (12) и (13). Точка пересечения этих зависимостей определяет величину стационарной амплитуды и среднюю крутизну в установившемся режиме автоколебаний.

**Пример 11.** По данной проходной характеристике транзистора (рис. 34) построить кривую средней крутизны для генератора, работающего в а) – мягком и б) – жестком режимах.

Итак, допустим, что мы получили экспериментально проходную характеристику транзистора (табл. 1).

Таблица 1

Данные для построения графика проходной характеристики транзистора

$U_B, В$	0,0	0,5	0,7	0,8	1,0	1,2	1,3	1,5	1,6
$I_K, mA$	0,0	0,5	2,0	3,0	6,0	9,0	10,0	11,0	11,0

По данным табл. 1 построим график проходной характеристики, показанный на рис. 31. Мягкий режим автогенератора будет соответствовать положению

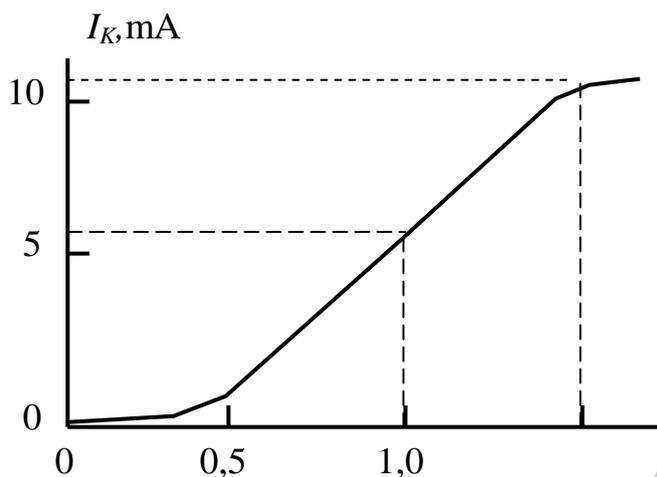


Рис. 31. График проходной характеристики транзистора

рабочей точки на проходной характеристике с координатами (1, 6). Для этого случая проведем расчет значений средней крутизны. Поскольку значения средней крутизны определяются отношением амплитуды первой гармоники коллекторного тока к амплитуде переменного напряжения, действующего на базе транзистора, то расчет проведем следующим образом. Сначала найдем амплитуды коллекторного тока для различных величин напряжения, действующего на базе транзистора, а затем вычислим со-

ответствующие значения средней крутизны.

Итак, имеем

$$I_{m1}(0,2) = (I_{max} - I_{min}) / 2 = (9 - 6) / 2 = 3 \text{ mA}, S(0,2) = I_{m1} / U_B = 3 / 0,2 = 15 \text{ mA/V}.$$

Для других значений базового напряжения получим

$$I_{m1}(0,3) = 4 \text{ mA}, S(0,3) = 13,3 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(0,5) = 5 \text{ mA}, S(0,5) = 10 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(0,7) = 5,5 \text{ mA}, S(0,7) = 8 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(0,9) = 5,5 \text{ mA}, S(0,9) = 6 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(1,1) = 5,5 \text{ mA}, S(1,1) = 5 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(1,2) = 5,5 \text{ mA}, S(1,2) = 4,5 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(1,3) = 5,5 \text{ mA}, S(1,3) = 4 \text{ mA}.$$

По результатам расчета построим график средней крутизны для мягкого режима работы автогенератора (рис. 32).

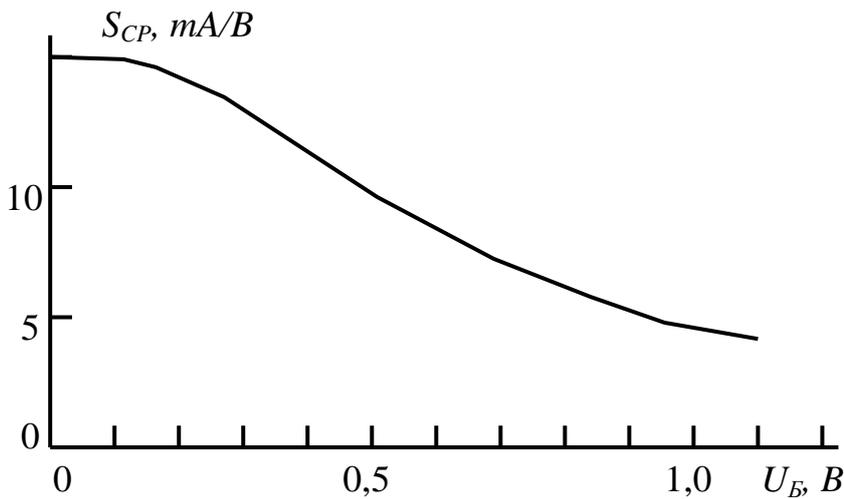


Рис. 32. Кривая средней крутизны для мягкого режима работы автогенератора

последовательности действий, которую мы избрали при расчете кривой средней крутизны для мягкого режима, т. е. рассчитаем значения величины амплитуды первой гармоники коллекторного тока, а затем вычислим значения кривой средней крутизны для выбранных значений амплитуды переменного напряжения, действующего на базе транзистора.

Итак, при напряжении  $U_B = 0,2$  В имеем

$$I_{m1}(0,2) = (I_{max} - I_{min})/2 = (2-0)/2 = 1 \text{ mA}, S(0,2) = I_{m1}/U_B = 1/0,2 = 5 \text{ mA/V}.$$

Продолжая расчеты по этим же формулам, получим

$$I_{m1}(0,3) = 1,5 \text{ mA}, S(0,3) = 5 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(0,5) = 3 \text{ mA}, S(0,5) = 6 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(0,7) = 4,5 \text{ mA}, S(0,7) = 7 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(1,0) = 5,5 \text{ mA}, S(1,0) = 5,5 \text{ mA};$$

$$I_{m1}(1,6) = 5,5 \text{ mA}, S(1,6) = 3,5 \text{ mA}.$$

По полученным данным построим график кривой средней крутизны для жесткого режима автогенератора, показанный на рис. 33. Мы видим, что в жестком режиме этот график действительно имеет экстремум. Кроме того, общее поведение графика свидетельствует о значительно меньшей величине средней крутизны в жестком режиме по сравнению с величиной средней крутизны в мягком режиме. Следует обратить внимание на расчет амплитуды первой гармоники коллекторного тока в жестком режиме. В этом случае гармоническое напряжение сильнее искажается, чем в мягком режиме. Однако благодаря фильтрующему действию колебательного контура эти искажения, представляющие собой высшие гармоники базового напряжения, не будут существенным образом влиять на форму генерируемых автогенератором гармонических колебаний.

Теперь перейдем к получению данных для построения кривой средней крутизны для жесткого режима автогенератора. Выберем положение рабочей точки на проходной характеристике транзистора с координатами (0,5, 0,5), расположенной на нижнем изгибе проходной характеристики транзистора. Расчет значений средней крутизны проведем аналогично той

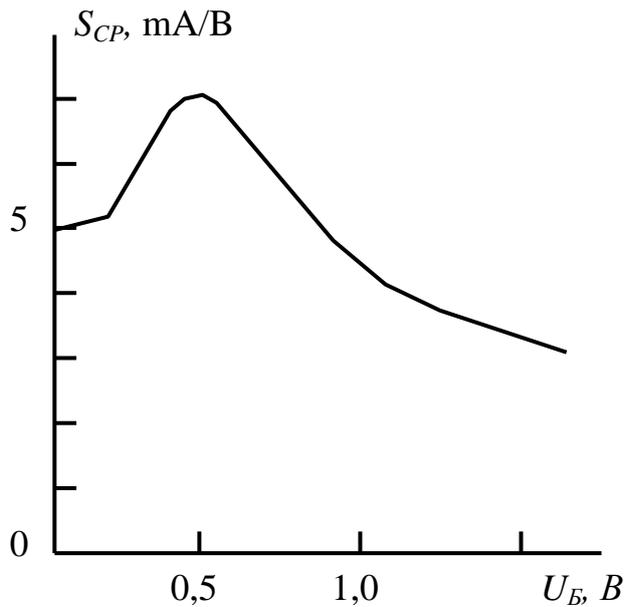


Рис. 33. График кривой средней крутизны для жесткого режима работы автогенератора

Графики полученных зависимостей являются основными при расчете амплитуды стационарных колебаний в схеме автогенератора. Для расчета амплитуды стационарных колебаний нужно построить на графике средней крутизны прямые на основании рассчитанных значений средней крутизны из основного неравенства генератора. Эти значения соответствуют значениям средней крутизны, которые устанавливаются в схеме генератора при стационарной амплитуде генерируемых колебаний. Если график средней крутизны пересечется с прямой, соответствующей значению средней крутизны, то координаты точки пересечения и дадут ответ на вопрос о

величине стационарной амплитуды генерируемых колебаний.

**Пример 12.** Найти выражение для средней крутизны, если характеристику транзистора можно аппроксимировать полиномом третьей степени:

$$I_K = a_0 + a_1 U_B + a_2 U_B^2 + a_3 U_B^3$$

Определить в общем виде знак коэффициента  $a_3$ , исходя из условия: при росте амплитуды напряжения, действующего на базе транзистора, крутизна характеристики должна уменьшаться.

Полученную формулу для средней крутизны изобразить в виде графика и определить границы изменения амплитуды  $U_B$ , в которых эта формула имеет смысл.

Если к базе транзистора приложено напряжение  $U_B = U_m \cos \omega t$ , то для коллекторного тока получим

$$I_K = a_0 + a_1 U_m \cos \omega t + a_3 (U_m \cos \omega t)^3 = a_0 + (a_1 U_m + 3a_3 U_m^3/4) \cos \omega t + a_3 U_m \cos 3\omega t/4,$$

откуда для первой гармоники коллекторного тока получаем

$$I_{m1} = a_1 U_m + 3a_3 U_m^3/4.$$

Теперь вычислим среднюю крутизну, как отношение амплитуды первой гармоники коллекторного тока к амплитуде напряжения, действующего на базе транзистора:

$$S_{CP} = I_{m1}/U_m = a_1 + 3a_3 U_m^2/4 = a_1 - 3|a_3| U_m^2/4.$$

Из полученного выражения видно, что коэффициент  $a_3$  должен быть отрицательным. График зависимости средней крутизны от напряжения, действующего на базе транзистора, показан на рис. 33. Практически средняя крутизна при увеличении амплитуды всегда стремится к нулю. Найдем величину напряжения, при котором средняя крутизна обращается в нуль. Для этого составим уравнение

$$S_{CP} = a_1 - 3a_3 U_0^2/4 = 0.$$

$$\text{Отсюда получаем } U_0 = (4a_1/3a_3)^{0.5}.$$

**Пример 13.** Условие самовозбуждения транзисторного генератора с контуром в цепи базы имеет вид  $S_{CP} > RC/M$ . Найти величину амплитуды стационарных колебаний, действующих на базе транзистора, если характеристику транзистора можно аппроксимировать полиномом третьей степени  $I_K = a_0 + a_1 u_B - a_3 u_B^3$ .

Уравнение стационарности в данном случае имеет вид

$$S_{CP} = a_1 - 3a_3 U_B^2 / 4 = RC/M,$$

откуда получаем

$$U_{Bcm} = 2((a_1 - RC/M) / 3a_3)^{0.5}.$$

### Метод колебательных характеристик

Колебательной характеристикой называется зависимость амплитуды первой гармоники коллекторного тока от амплитуды переменного напряжения на базе транзистора. Эта зависимость снимается при разомкнутой обратной связи, т. е. когда генератор работает в режиме независимого возбуждения (как усилитель):

$$I_k = f(U_b). \quad (14)$$

Средняя крутизна за период

$$S_{cp} = \frac{I_k}{U_b}. \quad (15)$$

Тогда с учетом (12) имеем

$$I_k = \frac{1}{(k_{o.c.} - D)Z_k} U_b. \quad (16)$$

Решая систему, составленную из уравнений (14) и (16), легко определить амплитуду стационарных колебаний. Графики колебательных характеристик для мягкого и жесткого режимов приведены на рис. 34.

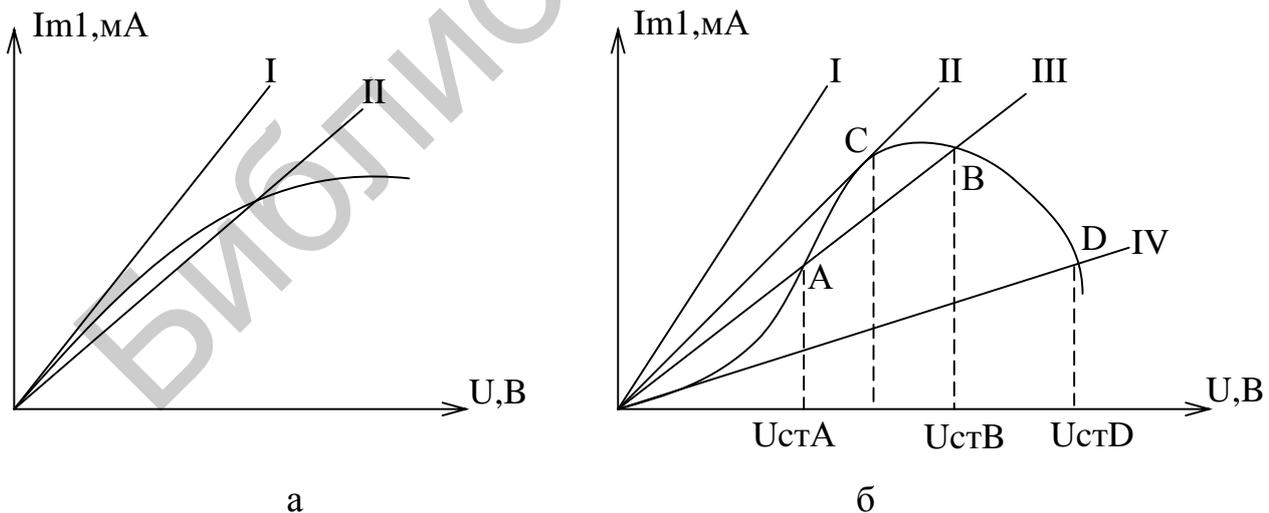


Рис. 34. Определение амплитуды стационарных колебаний методом колебательных характеристик

Уравнение (16) называется уравнением прямой обратной связи. Относительно графиков колебательных характеристик графики прямых обратной связи могут занимать различное положение. Характерно, что в случае двух стационарных амплитуд одна из них оказывается неустойчивой. Чтобы определить, какая из стационарных амплитуд является устойчивой, воспользуемся критерием устойчивости. Если систему вывести из состояния равновесия и она найдет в себе силы вернуться в прежнее состояние, тогда такую систему будем называть устойчивой. Применяя этот критерий, приходим к выводу о том, что  $U_A$  является неустойчивой, а  $U_B$  – устойчивой стационарной амплитудой.

**Пример 14.** По данным о проходной характеристике транзистора, приведенным в условии предыдущей задачи, построить колебательные характеристики для генератора, работающего в мягком и жестком режимах. Разобраться в механизме расчета стационарной амплитуды генерируемых колебаний по полученным колебательным характеристикам.

### 1.1.13. Зависимость тока в контуре от связи при различных режимах

Зависимость тока в контуре от связи при различных режимах иллюстрирует рис. 35. Если в генераторе с колебательной характеристикой, показанной на рис. 35, а, плавно изменять  $M$ , то, начиная с некоторого, называемого критическим, значения  $M_{кр}$ , амплитуда стационарного колебания станет плавно изменяться, как показано на рис. 35, а. Легко видеть, что кривая, приведенная на рис. 35, а, сохранит свой вид и при обратном уменьшении величины  $M$ , т. е. зависимость  $I_k = f(M)$  сохраняется как при увеличении связи, так и при ее уменьшении. Поэтому такой режим возбуждения и называется мягким.

В генераторе с колебательной характеристикой, показанной на рис. 35, б, колебания устанавливаются скачкообразно при некотором значении  $M1$ , увеличиваются по амплитуде с дальнейшим увеличением  $M$ . После того как колебания установились, связь можно ослаблять вплоть до величины  $M2 < M1$ , когда колебания срываются. Итак, мы видим, что при этом, называемом жестким, режиме возбуждения генератора вид кривой  $I_k = f(M)$  получается разным при увеличении и уменьшении связи. Если принудительное смещение выбрано настолько большим, что колебательная характеристика начинается не из нуля, то никакое увеличение обратной связи не может вызвать автоколебаний в схеме. Если же с помощью внешнего воздействия вызвать колебания, то при достаточно сильной обратной связи колебания могут сохраниться и после прекращения воздействия.

### 1.1.14. Стабильность частоты генерируемых колебаний

Автогенератор генерирует колебания той частоты, для которой выполняется условие баланса фаз, поскольку баланс амплитуд выполняется в достаточно широком диапазоне частот.

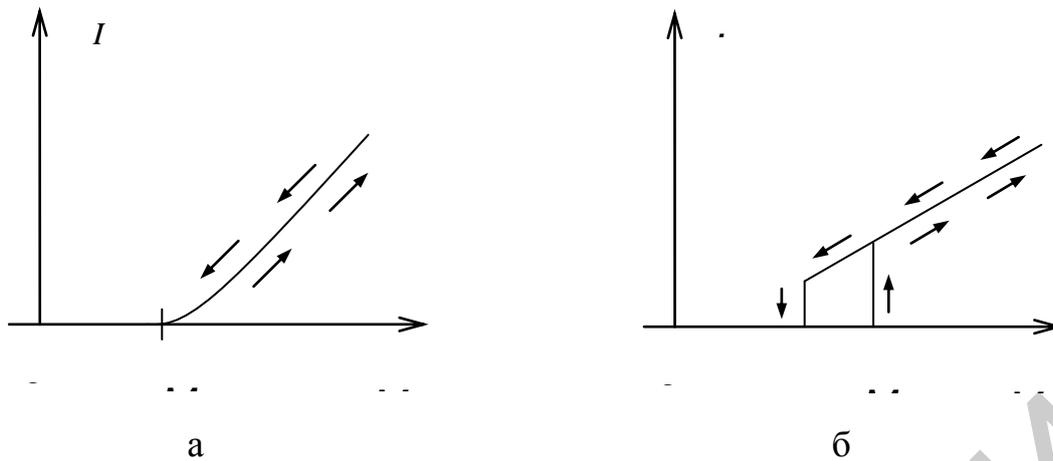


Рис. 35. Зависимость тока в контуре при различных режимах работы генератора

Относительный уход частоты автогенератора можно найти из уравнения фазочастотной характеристики колебательного контура:

$$\varphi(\Delta f) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{2Q}{f_0}\Delta f\right),$$

где  $Q$  – добротность контура генератора,  $f_0$  – резонансная частота контура.

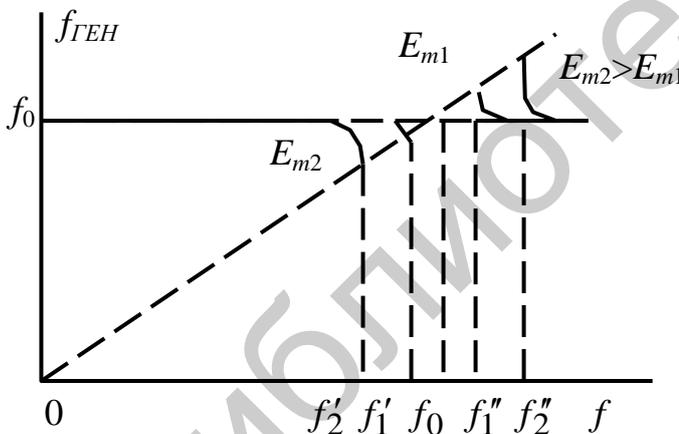


Рис. 36. Режим «захватывания» частоты в автогенераторе

На частоту генерируемых колебаний могут оказывать влияние также посторонние источники колебаний, частота которых близка к  $f_0$ . Так, если к автогенератору подвести сигнал, амплитудное значение которого  $E_m$ , а частота изменяется, то в некотором интервале частот  $f' \dots f''$  вблизи частоты генерации  $f_0$  произойдет так называемое «захватывание». Генератор будет в указанном интервале частот генерировать колебания с частотой воздействующего сигнала.

Ширина полосы «захватывания»  $2\Delta f_{\text{ЗАХВ}} \approx f' - f''$  при  $E_m \ll U_m$

$$2\Delta f_{\text{ЗАХВ}} \approx E_m / U_m,$$

где  $U_m$  – амплитуда генерируемых автогенератором колебаний в той точке схемы, к которой подведено напряжение  $E_m$ . Указанное явление иллюстрируется с помощью рис. 36. На графике этого рисунка по горизонтальной оси отложена частота воздействующего сигнала  $f$ , по вертикальной оси – значение частоты генератора  $f_{\text{ГЕН}}$ .

Рассмотренное явление может нарушать нормальную работу генераторов радиотехнических устройств, таких, например, как гетеродины радио-приемников, задающие генераторы передатчиков и т. п. Однако оно может быть использовано для синхронизации частоты автогенераторов там, где это необходимо.

В заключение рассмотрим импульсный режим работы автогенератора, который имеет место, когда напряжение питания  $E_k$  имеет форму прямоугольных импульсов. При этом зависимость напряжения генерации на выходе автогенератора  $U_{ВЫХ} \approx f(t)$  не повторяет форму модулирующего напряжения. Форма и длительность переднего фронта генерируемого импульса определяется значением коэффициента связи  $k_{OC}$ , а длительность заднего фронта полностью определяется скоростью затухания колебаний в контуре, т. е. величиной добротности  $Q$  контура автогенератора.

## 2. Описание схемы принципиальной электрической лабораторного макета

Схема принципиальная электрическая лабораторного макета приведена на рис. 37. Генератор состоит из однокаскадного резонансного усилителя, собранного на транзисторе  $VT1$ . Нагрузкой транзистора является резонансный контур  $L2C4$ , настроенный на частоту  $f_0 \approx 550$  кГц. Добротность контура может изменяться с помощью переключателя  $S6$ . Цепь обратной связи представляет собой катушку индуктивности  $L1$ , которая может изменять свое расположение относительно катушки  $L2$ . Конструктивно катушки  $L1$  и  $L2$  выполнены в виде вариометра с катушкой  $L1$ , находящейся внутри катушки  $L2$ . При повороте катушки  $L1$  в пределах угла величиной  $90^\circ$  изменяется величина коэффициента передачи цепи обратной связи  $k_{oc}$ , что обеспечивает выполнение баланса амплитуд, когда продольные оси катушек  $L1$  и  $L2$  почти параллельны друг другу, и не обеспечивает выполнение баланса амплитуд, когда они почти перпендикулярны.

Переключатель  $S3$  позволяет проиллюстрировать выполнение и невыполнение баланса фаз в схеме генератора, так как изменяет полярность подключения катушки  $L1$ .

В лабораторной работе предусмотрено исследование принципиальной схемы автогенератора в трех модификациях, выбор которых осуществляется переключателем  $S3$ :

- в положении 1 генератор работает в режиме внешнего возбуждения (цепь обратной связи разорвана), т. е. как резонансный усилитель. При этом напряжение на вход усилителя подается от внешнего генератора через трансформатор  $Tr1$ ;

- в положении 2 цепь обратной связи резонансного усилителя замыкается, и он превращается в автогенератор;

- в положении 3 исследуется процесс захватывания частоты исследуемого генератора; ко входу усилителя подключается как цепь обратной связи, так и вторичная обмотка трансформатора  $Tr1$ .

Смещение на базе транзистора  $VT1$  может быть как фиксированным (при замкнутом переключателе  $S4$ ), так и автоматическим, создаваемым с помощью цепочки  $R3C2$  (переключатель  $S4$  при этом разомкнут). Величина фиксированного смещения регулируется потенциометром  $R2$  и измеряется вольтметром базового блока (положение 1 переключателя «Контроль напряжения»). Ток коллектора транзистора  $VT1$  измеряется миллиамперметром базового блока (положение 1 переключателя «Контроль токов»), предел измерения 10 мА. Для создания дополнительного фазового сдвига в цепи обратной связи используется фазовращатель, в качестве которого используется линия задержки, подключаемая переключателем  $S2$ .

Выходное напряжение генератора снимается с клемм  $X4.1$  или  $X4.2$ . Напряжение сигнала, подаваемого на вход резонансного усилителя, может измеряться с помощью вольтметра, подключаемого к клеммам  $X2$ .

К клеммам  $X3$  подключается осциллограф для наблюдения формы импульсов тока коллектора.

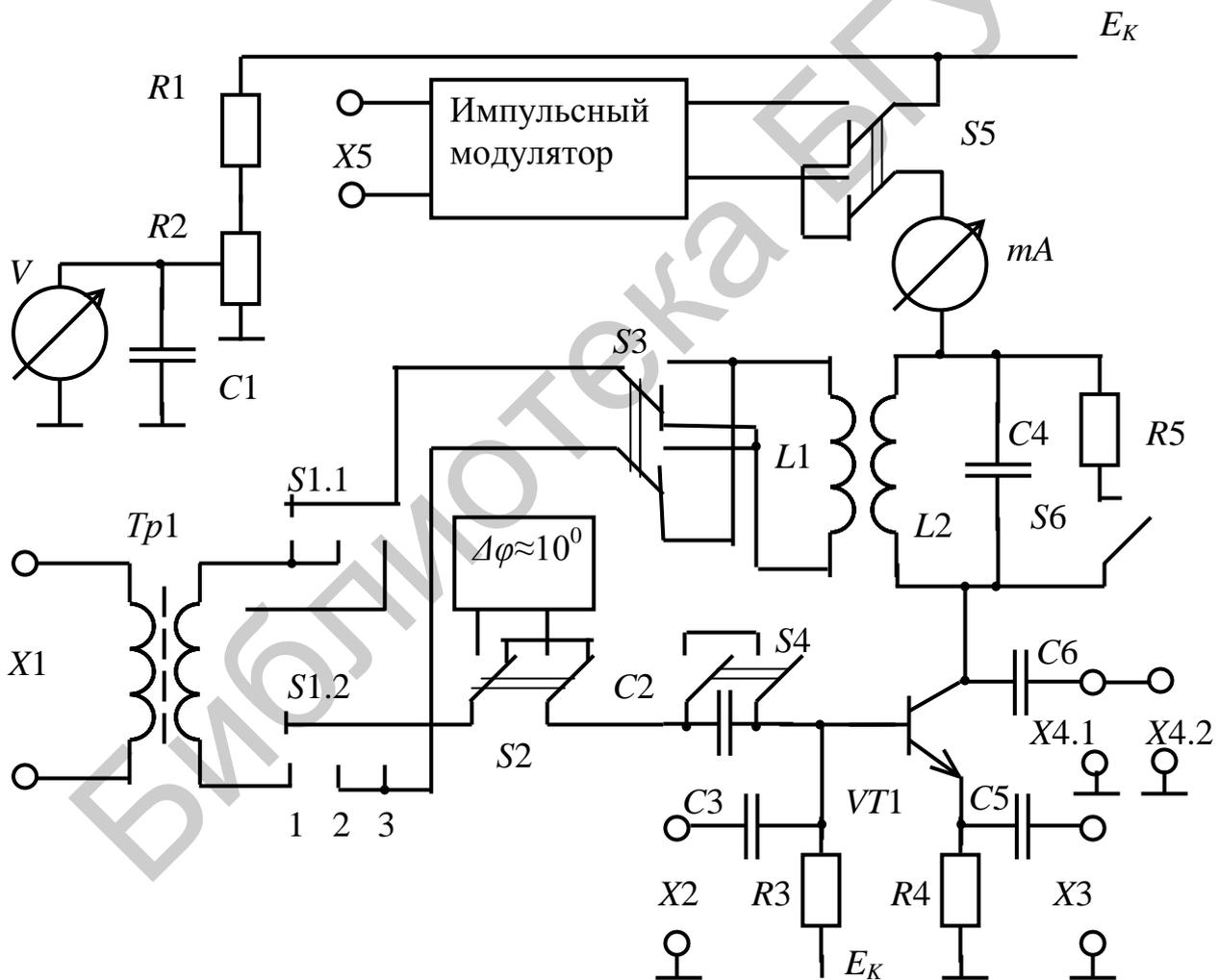


Рис. 37. Схема принципиальная электрическая лабораторного макета

Импульсный режим работы автогенератора осуществляется с помощью модулятора, подключаемого переключателем  $S5$ . Регистрирующий осциллограф при этом может быть синхронизирован импульсами, снимаемыми с клемм  $X5$ .

### 3. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Включить лабораторный макет, установить напряжение питания  $E_K=9$  В.

2. Экспериментально снять необходимые данные и по ним построить проходную характеристику транзистора  $I_K=f(U_{БЭ})$ , используемого в автогенераторе. При этом переключатели «Измерение токов» и «Измерение напряжений» базового блока поставить в положение 1. Переключатель  $S1$  – в положение 1, переключатель  $S2$  – вправо,  $S4$  – влево,  $S3$  – вниз,  $S5$  – вниз. Напряжение смещения  $U_{БЭ}$  изменять потенциометром  $R2$  через  $0,05$  В в пределах от  $0$  до  $1,4$  В.

3. Снять и построить амплитудно-частотные характеристики (АЧХ)  $U_{ВЫХ}=f(f)$  усилителя генератора при различных положениях переключателя  $S6$ . Для этого установить смещение  $U_{БЭ}=1$  В; к клеммам  $X4.1$  и  $X4.2$  подключить электронный вольтметр и осциллограф. На вход макета (клеммы  $X1$ ) подать сигнал с генератора Г4-117 величиной  $U_{ВХ}\approx 0,1$  В. Частоту генератора изменять в интервале  $0,4\dots 0,6$  МГц. По АЧХ рассчитать полосу пропускания усилителя генератора и добротность контура.

4. Исследовать автогенератор в режиме самовозбуждения, установив переключатель  $S1$  в положение 2.

Проверить выполнение баланса фаз. Для этого установить переключатель  $S3$  вверх и обеспечить максимальную связь между катушками  $L1$  и  $L2$ . Наблюдать колебания на выходе автогенератора с помощью осциллографа. Изменяя тумблером  $S3$  вариант подключения катушки обратной связи, убедиться, что колебания в схеме автогенератора возникают только в верхнем положении переключателя  $S3$ . Оставить переключатель  $S3$  в этом положении и в дальнейшем его *не переключать*.

Проверить выполнение баланса амплитуд. Для этого убедиться, что колебания в автогенераторе возникают и исчезают лишь при определенной величине коэффициента передачи цепи обратной связи, зависящей от взаимного расположения катушек  $L1$  и  $L2$ . При этом обратить внимание на то, что при зашунтированном контуре ( $S6$  подключает резистор  $R5$  параллельно колебательному контуру автогенератора) для возникновения генерации требуется большая связь между катушками  $L1$  и  $L2$ . Объяснить результаты наблюдений. Перевести переключатель в правое положение.

5. Исследовать «мягкий» и «жесткий» режимы самовозбуждения и работы автогенератора.

5.1. «Мягкий» режим.

Установить напряжение смещения  $U_0=1$  В, переключатель  $S1$  установить в положение 1. Снять и построить зависимость коэффициента усиления усилителя генератора от величины выходного напряжения на резонансной частоте контура. При этом входное напряжение контролировать либо по аттенюатору прибора Г4-117, либо по вольтметру, подключенному к клеммам  $X2$ . Напряжение на входе менять через  $0,05$  В в пределах от  $0$  до  $0,5$  В.

Перевести  $S1$  в положение 2, генератор Г4-117 отключить. Снять зависимость  $U_{ВЫХ}$  от угла поворота катушки  $L1$ , меняя угол поворота через каждые  $5\dots 10^\circ$  от

дельно для случая увеличения связи от нуля до максимума и для случая уменьшения связи в обратном направлении. Объяснить полученные результаты.

### 5.2. «Жесткий» режим.

На проходной характеристике транзистора, построенной в п. 2, определить напряжение смещения  $U_0$ , соответствующее положению рабочей точки для работы генератора в «жестком» режиме, и установить его на макете. Провести те же эксперименты, что и для мягкого режима. Объяснить полученные результаты.

5.3. Исследовать процесс самовозбуждения автогенератора при наличии автоматического смещения, переведя переключатель  $S_4$  в правое положение. Для этого проделать те же эксперименты, что и для «мягкого» режима. При снятии экспериментальных зависимостей отразить на графиках изменение тока коллектора транзистора. Объяснить полученные результаты.

6. Исследовать стабилизирующую способность контура автогенератора. Для этого выключить развертку осциллографа и подать на его вход «X» напряжение с генератора Г4-117. Измерить методом наблюдения фигур Лиссажу частоту генерируемых LC-генератором колебаний. Сигнал с выхода LC-генератора подать на вход «Y» осциллографа. Отрегулировать усиление каналов «X» и «Y» осциллографа так, чтобы на экране получился светящийся прямоугольник. Изменяя частоту генератора Г4-117 в диапазоне 400...700 кГц, получить на экране неподвижный эллипс. В этом случае частота генерируемых LC-генератором колебаний равна частоте генератора Г4-117.

Ввести в цепь обратной связи дополнительный фазовый сдвиг, установив переключатель  $S_6$  в левое положение и снова измерить частоту генерируемых колебаний. Вычислить уход частоты.

Зашунтировать контур сопротивлением  $R_5$ , установив переключатель  $S_6$  в левое положение и тем же образом измерить уход частоты при введении в цепь обратной связи дополнительного фазового сдвига. Объяснить полученные результаты. Перевести переключатели  $S_2$  и  $S_6$  вправо.

7. Исследовать процесс «захватывания» частоты автогенератора внешним генератором. Для этого перевести переключатель  $S_6$  в положение 3, осциллограф перевести в режим внутренней синхронизации. Получить на экране осциллографа осциллограмму генерируемых колебаний. Подать на клеммы X1 сигнал с генератора Г4-117 величиной  $U \approx 0,2$  В. Изменяя плавно частоту генератора Г4-117, измерить полосу «захватывания». (Срыв синхронизации на границах полосы наблюдается в виде возникновения биений осциллограммы).

Измерить полосу «захватывания» частоты при напряжении синхронизации  $U \approx 0,4$  В. Отключить генератор Г4-117 от макета.

8. Исследовать импульсный режим работы автогенератора. Для этого переключить переключатель  $S_1$  в положение 2, переключатель  $S_5$  в верхнее положение. Получить на экране осциллографа изображение генерируемого радиоимпульса.

Исследовать влияние на передний фронт величины коэффициента обратной связи, а на задний фронт – добротности колебательного контура.

#### 4. Контрольные вопросы

1. Какое радиотехническое устройство называется генератором?
2. В чем заключается разница между генератором с независимым возбуждением и автогенератором?
3. Какие типы автогенераторов вам известны?
4. Какие условия должны выполняться в автогенераторе, работающем в стационарном режиме?
5. В чем состоит суть понятий баланса амплитуд и баланса фаз?
6. Начертите схемы  $LC$ -генераторов с колебательным контуром в цепи коллектора, с колебательным контуром в цепи базы, емкостной и индуктивной трехточек.
7. Объясните процесс установления стационарного режима в автогенераторе после его включения.
8. Какие факторы определяют величину выходного напряжения генератора в стационарном режиме?
9. Как выбирается рабочая точка на проходной характеристике транзистора для случая «мягкого» и «жесткого» режимов самовозбуждения?
10. Объясните характер зависимостей  $U_{ВЫХ}=f(k_{OC})$  для случаев «мягкого» и «жесткого» режимов возбуждения.
11. Почему в автогенераторе, работающем в «жестком» режиме, нельзя получить малое выходное напряжение?
12. Зачем в  $LC$ -автогенераторах используют автоматическое смещение?
13. Как изменится форма колебаний в автогенераторе, если сделать  $k_{OC}(\omega_0) \gg 1/|K(\omega_0)|$ , где  $k_{OC}(\omega_0)$  – величина коэффициента обратной связи на частоте генерируемых колебаний  $\omega_0$ ,  $|K(\omega_0)|$  – модуль коэффициента передачи усилителя генератора на резонансной частоте?
14. Какие факторы оказывают наибольшее влияние на стабильность частоты генерируемых колебаний?
15. Зачем в стабильных  $LC$ -автогенераторах необходимо использовать высокочастотный колебательный контур?
16. Что такое «захватывание» частоты, полоса «захватывания»?
17. Какие факторы влияют на ширину полосы «захватывания»?
18. В каких случаях «захватывание» частоты является вредным, а в каких – полезным явлением?
19. Чем определяется длительность переднего фронта генерируемого радиоимпульса в автогенераторе, работающем в импульсном режиме?
20. Чем определяется длительность заднего фронта радиоимпульса, формируемого автогенератором, работающем в импульсном режиме?
21. Сможете ли вы определить, в «мягком» или в «жестком» режиме работает автогенератор лабораторного макета, если в качестве измерительного прибора вы можете использовать только вольтметр переменного напряжения?

## Лабораторная работа №10 RC-ГЕНЕРАТОРЫ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

### 1. Краткие теоретические сведения

Генераторы с колебательным контуром незаменимы как источники высокочастотных колебаний. Для генерирования низких частот (ниже 15...20 кГц) они неудобны, так как колебательный контур получается слишком громоздким и трудно перестраиваемым. Поэтому на этих частотах используют RC-генераторы.

#### 1.1. Однокаскадная схема RC-генератора

Отличие этого генератора от обычного LC-генератора заключается в том, что вместо нагрузочного колебательного контура здесь применено обычное омическое сопротивление, а обратная связь осуществляется при помощи специального четырехполюсника, составленного из конденсаторов и резисторов. Для получения устойчивой генерации на какой-либо частоте необходимо, чтобы сумма фазовых сдвигов при обходе замкнутого кольца обратной связи равнялась  $2\pi$ , а коэффициент усиления транзистора являлся величиной, обратной коэффициенту обратной связи. Поскольку в схемах RC-генераторов нет избирательных цепей, то требования к выбору положения рабочей точки в таких генераторах являются очень жесткими. Положение рабочей точки в таких генераторах должно выбираться на середине линейного участка вольт-амперной характеристики (ВАХ) транзистора. Такие генераторы не могут генерировать чисто гармонические колебания, так как амплитуда генерируемых колебаний обязательно ограничивается нелинейностью ВАХ, поэтому и регулировка таких генераторов должна выполняться более тщательно: нужно внимательно следить за тем, чтобы ограничение сверху и снизу генерируемых сигналов было одинаковым.

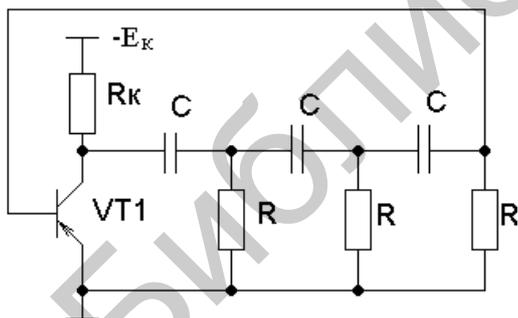


Рис. 1. Однокаскадная схема RC-генератора

генераторов должна выполняться более тщательно: нужно внимательно следить за тем, чтобы ограничение сверху и снизу генерируемых сигналов было одинаковым.

Однокаскадный апериодический усилитель (рис. 1) осуществляет сдвиг фаз между входным и выходным напряжениями, равный  $180^\circ$ . Недостающие  $180^\circ$  для выполнения условия баланса фаз должен обеспечить четырехполюсник обратной связи, выделенный пунктирной линией на рис. 2.

**Пример 1.** В терминах квазилинейной теории получить условие самовозбуждения однокаскадной схемы RC-генератора и оценить частоту генерируемых колебаний.

Поскольку эквивалентная схема данного генератора (рис. 2) приводится к виду обобщенной, то для нее можно сразу же записать условие самовозбужде-

ния, полученное для обобщенной схемы автогенератора, анализ которого был проведен в рамках квазилинейной теории. Имеем

$$S_{cp} \geq \frac{1}{(k_{o.c} - D)Z_k}.$$

Поскольку в реальных схемах  $R_k \ll R$ , то принимаем  $Z_k \approx R_k$ . Те-

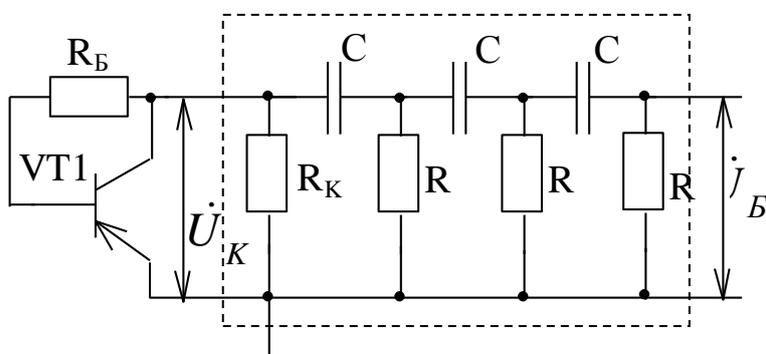


Рис. 2. Эквивалентная схема RC-генератора

перь надо определить величину коэффициента обратной связи. Поскольку

$$k_{o.c} = -\frac{\dot{U}_b}{\dot{U}_k},$$

$$\dot{U}_b = \dot{I}_3 R,$$

то

$$k_{o.c} = -\frac{\dot{I}_3 R}{\dot{U}_k}.$$

Теперь задача свелась к вычислению величины контурного тока  $\dot{I}_3$ . Чтобы найти этот ток, составим систему из трех уравнений с тремя неизвестными токами  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ . Имеем

$$\begin{cases} (R + \frac{1}{i\omega C})\dot{I}_1 - R\dot{I}_2 = \dot{U}_k, \\ -R\dot{I}_1 + (2R + \frac{1}{i\omega C})\dot{I}_2 - R\dot{I}_3 = 0, \\ -R\dot{I}_2 + (2R + \frac{1}{i\omega C})\dot{I}_3 = 0. \end{cases}$$

Величину тока  $\dot{I}_3$  найдем из выражения

$$\dot{I}_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} R + 1/i\omega C & -R & 0 \\ -R & 2R + 1/i\omega C & 0 \\ 0 & -R & 2R + 1/i\omega C \end{vmatrix} =$$

$$= R^3 \left[ 1 - 5\frac{1}{\omega^2 RC} + i\left(\frac{1}{\omega^3 RC} - \frac{6}{\omega RC}\right) \right] = R^3 [1 - 5\alpha^3 + i(\alpha^3 - 6\alpha)].$$

Здесь мы ввели обозначение

$$\alpha = \frac{1}{\omega RC}.$$

Определитель

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R + \frac{1}{i\omega C} & -R & \dot{U}_k \\ -R & 2R + \frac{1}{i\omega C} & 0 \\ 0 & -R & 0 \end{vmatrix} = \dot{U}_k (-1)^4 R^2 = \dot{U}_k R^2.$$

Для искомого тока получаем

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_k}{R} \frac{1}{1 - 5\alpha^2 + i(\alpha^3 - 6\alpha)}.$$

Подставляя полученное значение тока  $\dot{I}_3$  в выражение для коэффициента обратной связи, имеем

$$k_{o.c.} = \frac{1}{1 - 5\alpha^2 + i(\alpha^3 - 6\alpha)}.$$

Теперь можно составить выражение, определяющее условие самовозбуждения однокаскадной схемы  $RC$ -автогенератора. Имеем

$$S_{cp} \geq \frac{1}{\left(\frac{1}{1 - 5\alpha^2 + i(\alpha^3 - 6\alpha)} - D\right)R_k}.$$

Из условия баланса фаз

$$\alpha^3 - 6\alpha = 0$$

найдем частоту генерируемых колебаний  $\omega = \frac{1}{RC\sqrt{6}}$ .

Условие баланса амплитуд

$$S_{cp} \geq \frac{1}{\left(\frac{1}{5\alpha^2 - 1} - D\right)R_k} = \frac{1}{\left(\frac{1}{29} - D\right)R_k}.$$

Видим, что величина коэффициента обратной связи  $k_{o.c.} = 1/29$ , т. е. сигнал, пройдя четырехполосник обратной связи, ослабевает в 29 раз. Отсюда делаем вывод, что коэффициент усиления усилителя генератора должен быть не меньше 29, т. е.  $k_{yc} \geq 29$ .

Сформулируем порядок налаживания работы  $RC$ -генератора. Прежде всего нужно добиться генерирования колебаний. Для этого устанавливаем в коллекторную цепь достаточно большое по величине сопротивление коллекторной нагрузки. Колебания при этом всегда возбуждятся и, как правило, всегда будут иметь форму, сильно отличающуюся от синусоидальной. А теперь нужно выбрать правильно положение рабочей точки. Она должна находиться на середине динамической проходной характеристики транзистора. Это сделать нетрудно, наблюдая на осциллографе момент, когда форма колебаний будет одинаково ограничиваться снизу и сверху. После этого нужно выбрать правильную величину коллекторного сопротивления, т. е. установить коэффициент усиления транзистора  $k_{yc} \geq 29$ .

## 1.2. Двухкаскадная схема RC-генератора

Двухкаскадная схема RC-генератора приведена на рис. 3. Здесь необходимый для генерирования автоколебаний баланс фаз обеспечивается двумя ступенями усиления на сопротивлениях: каждый усилительный каскад поворачивает фазу колебания на  $180^\circ$ . Назначение вспомогательной цепи  $C_1R_1C_2R_2$  заключается в том, чтобы обеспечивать выполнение баланса фаз на частоте генерации и нарушать его на всех других частотах. Емкость  $C_\phi$  на выходе второго каскада выбирается настолько большой, чтобы на частоте генерации сопротивление конденсатора являлось очень малым по сравнению с сопротивлением резистора  $R_\phi$ . Поэтому цепочка  $R_\phi C_\phi$  не создает заметного сдвига фаз.

**Пример 2.** Получить условия самовозбуждения в терминах квазилинейной теории автогенератора двухкаскадной схемы RC-генератора.

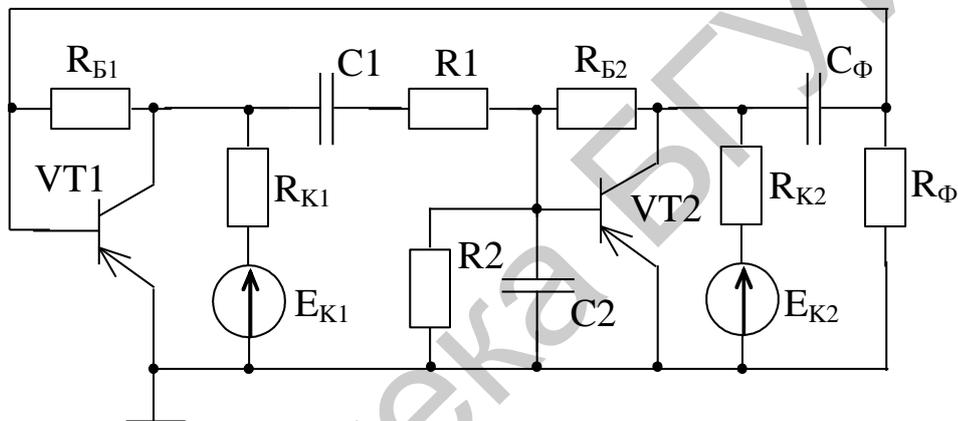


Рис. 3. Двухкаскадная схема RC-генератора

Представим схему двухкаскадного RC-генератора в виде обобщенной схемы (рис. 4). Отсюда следует, что условие самовозбуждения схемы можно записать в виде

$$S_{cp} \geq \frac{1}{(k_{o.c.} - D)Z_k}$$

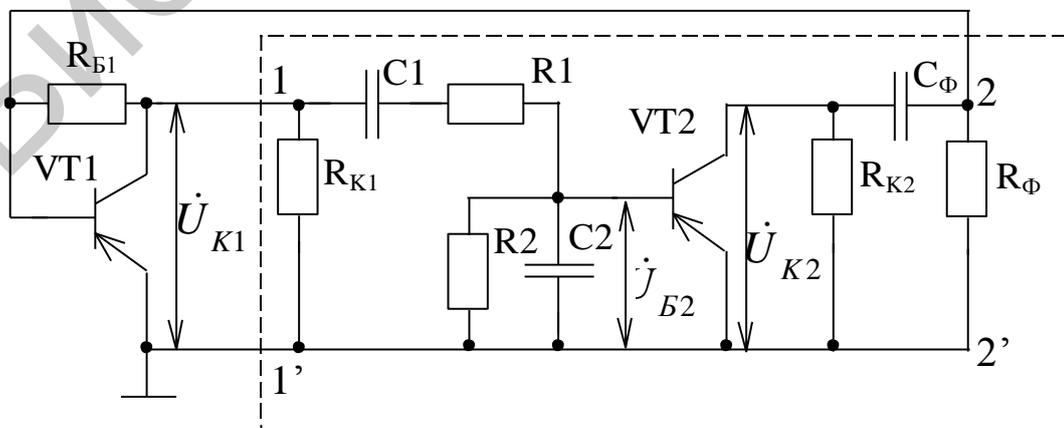


Рис. 4. Эквивалентная схема двухкаскадного RC-генератора

Легко видеть, что входное сопротивление четырехполосника обратной связи  $Z_k \approx R_{k1}$ . Определим теперь величину коэффициента обратной связи:

$$k_{o.c.} = -\frac{\dot{U}_{b1}}{\dot{U}_{k1}} = -\frac{\dot{U}_{b1} \dot{U}_{b2}}{\dot{U}_{b2} \dot{U}_{k1}}.$$

Так как

$$\frac{\dot{U}_{b1}}{\dot{U}_{b2}} = -|K_2|,$$

то

$$k_{o.c.} = |K_2| \frac{\dot{U}_{b2}}{\dot{U}_{k1}},$$

и задача сводится к определению отношения  $\dot{U}_{b2}/\dot{U}_{k1}$ , поскольку  $|K_2|$  представляет собой не что иное, как коэффициент усиления второго каскада усилителя генератора.

$$\text{Из схемы легко видеть, что } \dot{U}_{b2}/\dot{U}_{k1} = Z_2/(Z_1 + Z_2) = \frac{1}{1 + Z_1/Z_2},$$

$$\text{где } Z_1 = R_1 + \frac{1}{i\omega C}, \text{ а } \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + i\omega C_2$$

Для коэффициента обратной связи получаем

$$k_{o.c.} = \frac{|K_2|}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + i(\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1})}.$$

Условие самовозбуждения принимает вид

$$S_{cp} \geq \frac{1}{\left[ \frac{|K_2|}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + i(\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1})} - D \right] R_{k1}}.$$

Из условия баланса амплитуд

$$\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1} = 0$$

найдем частоту генерируемых колебаний

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}.$$

Условие возникновения колебаний

$$S_{cp} \geq \frac{1}{\left( \frac{|K_2|}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}} - D \right) R_{k1}}.$$

Если  $R_1 = R_2 = R$ ,  $C_1 = C_2 = C$ , тогда  $\omega = \frac{1}{RC}$ ,

$$S_{cp} \geq \frac{1}{\left( \frac{|K_2|}{3} - D \right) R_{k1}}.$$

Обсудим особенности  $RC$ -генераторов, сравнив их с  $LC$ -генераторами. Прежде всего отметим, что поскольку частота генерируемого  $RC$ -генератором колебания обратно пропорциональна емкости, а частота  $LC$ -генератора  $\omega = 1/\sqrt{LC}$ , то можно сделать вывод, что одним и тем же конденсатором в схеме  $RC$ -генератора можно перекрыть более широкий диапазон частот, чем в схеме  $LC$ -генератора.

Легко видеть, что схема  $RC$ -генератора совершенно беззащитна относительно влияния на форму генерируемого колебания продуктов нелинейного усиления при их генерировании. Поэтому режим работы  $RC$ -генератора должен выбираться более тщательно, чем режим работы  $LC$ -автогенератора.

Для сохранения правильного режима работы  $RC$ -генераторы должны работать на большое нагрузочное сопротивление, т. е. являются источниками напряжения. Для получения значительной мощности  $RC$ -генератор обычно дополняется одной или двумя ступенями усиления.

Для уменьшения влияния цепи четырехполюсника на входное сопротивление усилительного каскада генератора используют включение эмиттерного повторителя между выходом четырехполюсника обратной связи и входом усилителя. Поскольку фаза выходного напряжения эмиттерного повторителя совпадает с фазой сигнала, поступающего на его вход, введение повторителя не сказывается на выполнении баланса фаз  $RC$ -генератора.

### **1.3. $RC$ -генератор гармонических колебаний на операционном усилителе**

Простейшая схема  $RC$ -генератора синусоидальных колебаний на операционном усилителе приведена на рис. 5. В качестве звена обратной связи использован полосовой  $RC$ -фильтр. Для выполнения условия баланса фаз выход звена обратной связи должен быть подключен к неинвертирующему входу операционного усилителя. Для выполнения условия баланса амплитуд операционный усилитель по неинвертирующему входу должен иметь коэффициент усиления, равный 3. Поэтому  $R1=2R2$ . В целом цепь, подключенная к операционному усилителю (полосовой фильтр и делитель  $R1R2$ ), называется мостом Вина–Робинсона. При строгом выполнении условия  $R1=2R2$  и идеальном операционном усилителе в схеме, приведенной на рис. 5, будут существовать незатухающие колебания с частотой  $f=1/2\pi RC$ . Кроме того, даже незначительное уменьшение сопротивления  $R1$  по сравнению с требуемым вызовет затухание колебаний. Напротив, увеличение  $R1$  приведет к нарастанию амплитуды колебаний вплоть до насыщения усилителя и, как следствие этих процессов, к заметному искажению формы генерируемых колебаний. Таким образом, в схеме появляются нелинейные искажения формы кривой выходного напряжения генератора. Эти обстоятельства требуют использования в схеме  $RC$ -генератора системы автоматического регулирования амплитуды генерируемых колебаний. В простейшем случае в качестве резистора  $R2$  используют нелинейный элемент, динамическое сопротивление которого с ростом амплитуды увеличивается.

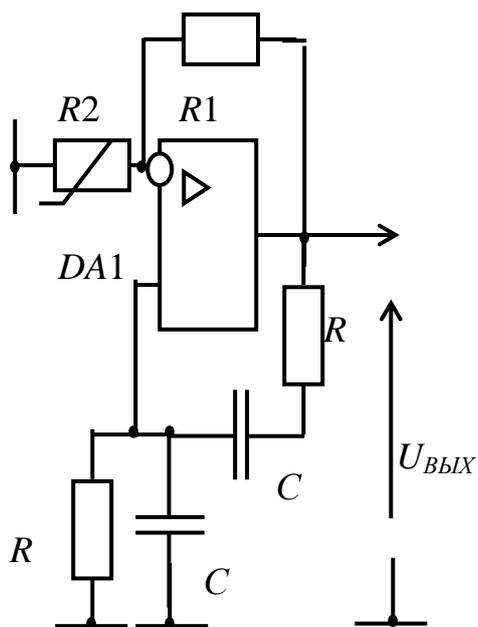


Рис. 5.  
Схема принципиальная  
электрическая  
RC-генератора на  
операционном усилителе

#### 1.4. Необходимость введения автоматической регулировки усиления в RC-генераторах

В отличие от LC-генераторов в RC-генераторах отсутствует фильтрация неизбежно возникающих в нелинейной схеме высших гармоник. Для поддержания постоянной амплитуды выходного напряжения в эмиттерную цепь RC-генератора включают термосопротивление, т. е. сопротивление, изменяющее свою величину в зависимости от его нагрева протекающим по нему током. При увеличении переменной составляющей эмиттерного тока (рабочая точка смещается при этом вправо) на эмиттерном сопротивлении увеличивается падение напряжения, что приводит к снижению напряжения между эмиттером и базой. Это ведет к снижению коллекторного, а следовательно, и эмиттерного тока, в результате чего рабочая точка смещается влево от первоначального положения.

Таким образом, получается автоматическая регулировка амплитуды генерируемых колебаний. Важно отметить, что при этом нелинейное сопротивление, обладая тепловой инерцией, не вносит нелинейных искажений в схему RC-генератора, т. е. не нарушает синусоидальную форму генерируемых колебаний. Пример схемы автогенератора со стабилизацией положения рабочей точки на сквозной динамической характеристике нелинейным резистором приведен на рис. 6.

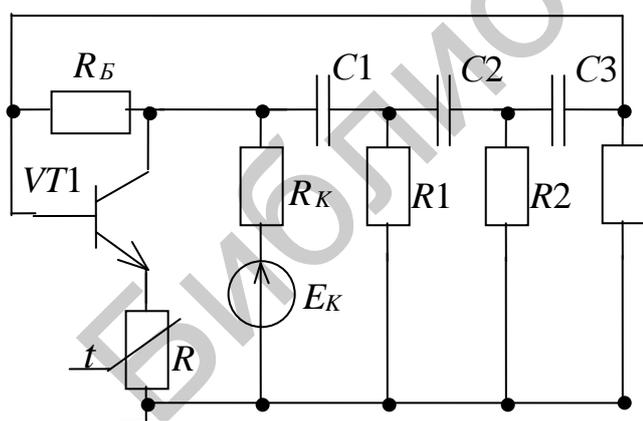


Рис. 6. Схема RC-генератора со стабилизацией положения рабочей точки на проходной динамической характеристике транзистора нелинейным резистором

Кроме использования инерционной нелинейности в эмиттерной цепи транзистора RC-генератора предусматривается схема автоматической регулировки и стабилизации уровня выходного напряжения. Такая схема при увеличении выходного напряжения уменьшает коэффициент усиления таким образом, чтобы в автогенераторе установился стационарный режим при выходном напряжении, соответствующем линейному режиму работы усилителя. Одна из возможных

схем автоматической регулировки и стабилизации уровня выходного напряжения автогенератора приведена на рис. 7.

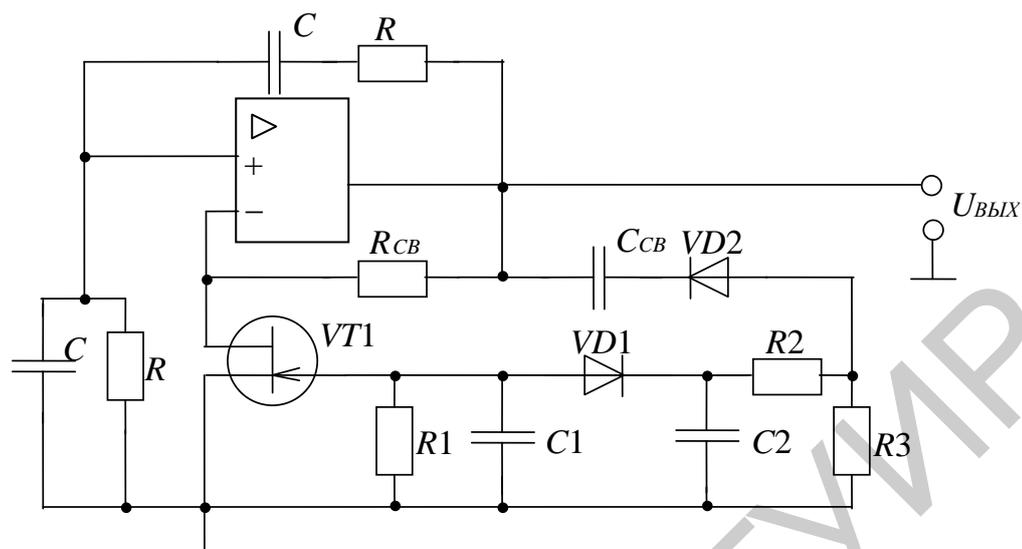


Рис. 7. Пример схемы принципиальной электрической RC-генератора с автоматической регулировкой амплитуды генерируемых автоколебаний

### 1.5. Описание схемы принципиальной электрической лабораторного макета RC-генератора

Схема принципиальная электрическая лабораторного макета RC-генератора приведена на рис. 8.

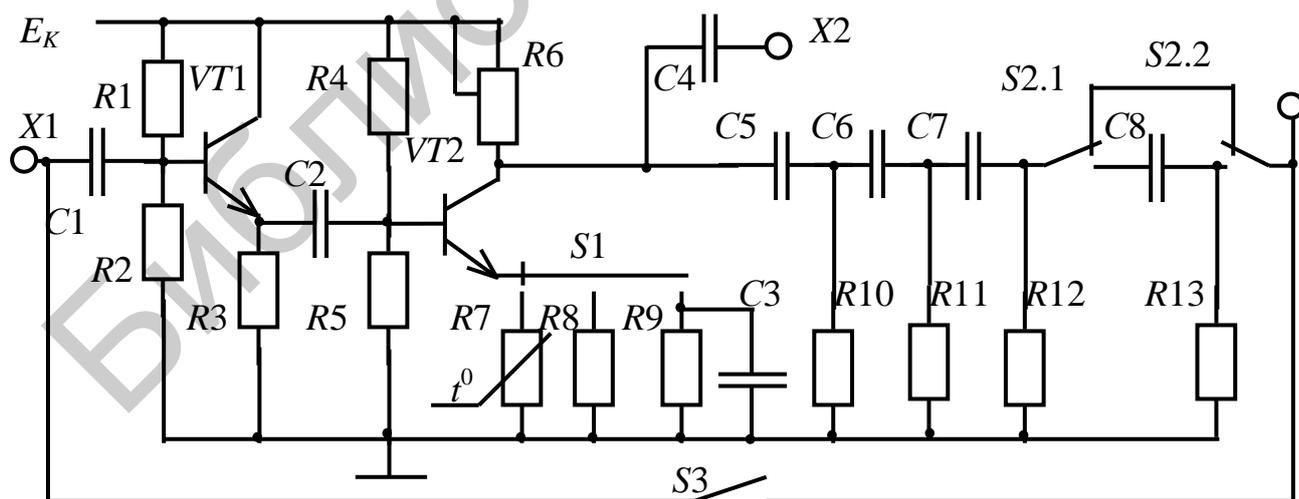


Рис. 8. Схема принципиальная электрическая лабораторного макета

Генератор состоит из однокаскадного усилителя, собранного на транзисторе VT2, с цепью обратной связи в виде многозвенного RC-фильтра высоких частот и эмиттерного повторителя, выполненного на транзисторе VT1.

Фазосдвигающая цепочка генератора может состоять либо из трех, либо из четырех  $RC$ -звеньев в зависимости от положения переключателя  $S2$ .

Коэффициент усиления усилительного каскада можно изменять путем варьирования величины коллекторной нагрузки (переменный резистор  $R6$ ). Переключателем  $S1$  производится подключение различных цепей к эмиттеру транзистора  $VT2$ : цепочки  $R9C3$ , резистора  $R8$  или терморезистора  $R7$ .

Эмиттерный повторитель, имеющий входное сопротивление порядка  $10 \dots 20$  кОм, необходим для того чтобы достаточно малое входное сопротивление усилительного каскада (порядка  $1$  кОм) не шунтировало фазовращающую цепочку. Переключатель  $S3$  служит для отключения цепи обратной связи от входа усилителя.

## 2. Порядок выполнения работы

1. Рассчитать частоту генерации  $RC$ -генератора с многозвенным фильтром, состоящим из трех и четырех звеньев (рис. 9). Параметры элементов  $R10=R11=R12=R13=10$  кОм,  $C5=C6=C7=C8=6800$  пФ.

2. Снять амплитудно-частотную характеристику ( $AЧХ$ ) усилителя  $RC$ -генератора с разомкнутой цепью обратной связи. Для этого переключатель  $S1$  поставить в положение 3, а к выходу усилителя (клеммы  $X2$ ) подключить электронный вольтметр. С выхода генератора Г3111 подать на вход усилителя (клеммы  $X1$ ) сигнал  $U_{BX}=0,05$  В частотой  $500$  Гц. Переменным резистором  $R6$  установить уровень выходного напряжения  $U_{ВЫХ}=1,5$  В. Поддерживая величину входного напряжения постоянной, снять  $AЧХ$  усилителя в диапазоне частот  $0,5 \dots 3,0$  кГц через  $500$  Гц.

Построить  $AЧХ$  усилителя и, зная коэффициенты передачи трехзвенной и четырехзвенной цепей обратной связи, определить диапазон частот, в которых выполняются условия баланса амплитуд для  $RC$ -генератора с трехзвенным и четырехзвенным фильтром.

3. Снять экспериментально и построить графики амплитудных характеристик усилителя генератора. Для этого оставить ручку переменного резистора  $R6$  и переключатели  $S1$  и  $S3$  в прежних положениях.

Установить на генераторе Г111 частоту генерации, найденную в п. 1 для  $RC$ -генератора с трехзвенным фильтром. Подать сигнал с выхода генератора Г2-111 на вход усилителя  $X1$ . Изменяя величину входного сигнала от  $0$  до  $0,3$  В через  $0,05$  В, определить по вольтметру величину выходного напряжения усилителя на выходе  $X2$ . Рассчитать коэффициент усиления  $K=U_{ВЫХ}/U_{BX}$  для каждого значения входного и выходного напряжений. Построить амплитудную характеристику усилителя, т. е. зависимость  $K=f(U_{ВЫХ})$ , на данной частоте.

Аналогично снять и построить амплитудную характеристику усилителя на частоте генерации, рассчитанной в п. 1 для  $RC$ -генератора с 4-звенным фильтром.

Зная коэффициенты передачи цепей обратной связи, по амплитудным характеристикам найти уровень выходного напряжения  $RC$ -генератора с трехзвенным и четырехзвенным фильтром в установленном режиме.

4. Определить частоту, на которой фазовый сдвиг в цепи обратной связи  $RC$ -генератора соответствует выполнению условия баланса фаз.

Для этого, не изменяя положения ручки резистора  $R6$  и переключателя  $S1$ , поставить переключатель  $S2$  в положение, соответствующее 3-звенному фильтру. Сигнал с выхода  $X2$  подать на вход « $X$ », а сигнал с выхода  $X3$  – на вход « $Y$ » осциллографа. Выключить развертку осциллографа.

Подать на вход  $X1$  сигнал от генератора ГЗ-111  $U_{BX}=0,05$  В на частоте 500 Гц. Поочередно отсоединяя кабели от входов « $X$ » и « $Y$ » осциллографа, отрегулировать ручками «Усиление» и «Синхронизация» усиление так, чтобы длины вертикальной и горизонтальной линий на экране осциллографа были примерно одинаковыми.

Изучить методику измерения фазового сдвига с помощью осциллографа по приложению, приведенному в конце данного пособия.

Плавно изменяя частоту генератора ГЗ-111, определить частоту, на которой фазовый сдвиг трехзвенного фильтра равен  $180^0$  (на этой частоте две кривые на экране осциллографа пересекаются примерно посередине).

Подключить четвертое звено  $RC$ -автогенератора и по методике, изложенной выше, определить частоту, соответствующую выполнению баланса фаз для этого случая.

Полученные значения частот сравнить с расчетными, найденными в п. 1.

5. Экспериментально определить частоты генерации  $RC$ -генератора с трехзвенным и четырехзвенным фильтрами. Для этого ручку резистора  $R6$  и переключатели  $S1$  и  $S2$  оставить в прежних положениях. Перевести автогенератор в режим самовозбуждения, замкнув цепь обратной связи ( $S3$  в нижнем положении). Сигнал с выхода генератора ( $X2$ ) подать на вход « $Y$ », а сигнал с генератора ГЗ-111 – на вход « $X$ » осциллографа (развертка выключена). Отрегулировать усиление по канала « $X$ » и « $Y$ » осциллографа таким образом, чтобы на экране получился светящийся прямоугольник, занимающий 50...60 % площади экрана. Медленно изменяя частоту генератора ГЗ-111 вблизи частоты генерации, рассчитанной в п. 1, получить на экране осциллографа неподвижный эллипс. Тогда частота генерируемых  $RC$ -генератором колебаний будет равна частоте сигнала генератора ГЗ-111. Подключить к выходу  $RC$ -генератора  $X2$  электронный вольтметр и замерить величину выходного сигнала.

Аналогично определить частоту генерации и величину выходного сигнала для  $RC$ -генератора с четырехзвенным фильтром.

Сравнить полученные данные с данными, найденными в предыдущих пунктах.

6. Исследовать влияние способа ограничения амплитуды выходного напряжения  $RC$ -генератора на форму колебаний. Для этого переключатель  $S2$  установить в нижнее положение. Переключатель  $S1$  перевести в положение «1». Подключить к выходу генератора ( $X2$ ) вход « $Y$ » осциллографа. Перевести  $RC$ -

генератор в режим самовозбуждения ( $S3$  замкнуть). С помощью резистора  $R6$  добиться максимальной амплитуды выходного напряжения. Зарисовать полученную осциллограмму. Переводя переключатель  $S1$  в положение «2» и «3», зарисовать осциллограммы. Объяснить результаты эксперимента.

### 3. Контрольные вопросы

1. В каком диапазоне частот используются  $RC$ -генераторы?
2. Чем ограничен рабочий диапазон частот  $RC$ -генератора «сверху» и «снизу»?
3. Каковы условия самовозбуждения  $RC$ -генератора?
4. Какое условие определяет частоту генерации  $RC$ -генератора?
5. Какие типы  $RC$ -генераторов вы знаете? В чем их отличие?
6. Какое число звеньев может иметь цепь обратной связи  $RC$ -генератора с многозвенным фильтром?
7. В каком случае будет работать  $RC$ -генератор с многозвенным фильтром, если усилитель имеет коэффициент усиления  $K=20,5$ ?
8. Почему при увеличении числа  $RC$ -звеньев требуемый для работы генератора коэффициент усиления усилителя уменьшается?
9. Нарисуйте цепь обратной связи  $RC$ -генератора с двухкаскадным усилителем.
10. В каком из двух основных типов  $RC$ -генераторов легче получить колебания с малыми нелинейными искажениями?
11. Объясните, для чего в  $RC$ -генераторах на биполярных транзисторах применяется эмиттерный повторитель?
12. Укажите возможные причины отклонения частоты генерируемых колебаний  $RC$ -генератором от расчетных значений.
13. Чем определяется амплитуда колебаний  $RC$ -генератора в установившемся режиме?
14. Какими способами можно улучшать форму генерируемых колебаний  $RC$ -генератором колебаний?
15. Что такое «инерционная нелинейность»?
16. Какой вид должна иметь зависимость сопротивления в цепи эмиттера от амплитуды колебаний для транзистора, использованного в лабораторном макете?
17. Почему «инерционная нелинейность» не применяется в  $RC$ -генераторах для улучшения формы генерируемых колебаний?
18. Нарисуйте схему  $RC$ -генератора, перестраиваемого по частоте.
19. Как необходимо выбирать рабочую точку транзисторов, используемых в  $RC$ -генераторах?
20. Как определить по амплитудной характеристике усилительных каскадов, используемых в  $RC$ -генераторе, стационарную амплитуду в режиме генерации?

## ИЗМЕРЕНИЕ ФАЗОВОГО СДВИГА С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА

С помощью осциллографа можно приближенно измерять фазовый сдвиг между двумя гармоническими сигналами. Для этого используется метод линейной развертки и метод эллипса.

**Метод линейной развертки.** Для проведения фазовых измерений этим методом необходим двухлучевой осциллограф. Подавая сигналы  $U_1$  и  $U_2$ , сдвиг фаз между которыми необходимо измерить, на входы  $Y_1$  и  $Y_2$ , выбирают частоту развертки такой, чтобы обеспечить удобное измерение по шкале экрана осциллографа отрезков  $ab$  и  $ac$  (рис. 9). При этом обычно амплитуды сигналов подбираются одинаковыми.

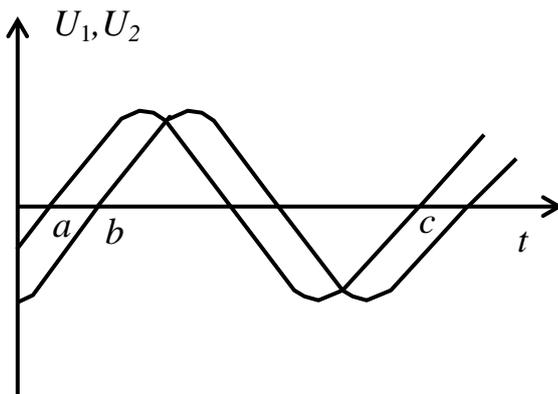


Рис. 9. Измерение фазового сдвига с помощью осциллографа методом линейной развертки

Тогда фазовый сдвиг  $\varphi$ , измеренный в градусах, определяется с помощью простого соотношения

$$\varphi(\text{град.}) = (ab/ac) \cdot 360^\circ.$$

Смысл измерения сводится к следующему. Период колебания, соответствующий набегу фазы в  $360^\circ$ , отображается длиной отрезка  $ac$ , а разность фаз колебаний отражается длиной отрезка  $ab$ , естественно, при хорошей линейности развертки осциллографа.

Следует отметить, что величину отрезка  $ab$  необходимо измерять между точками пересечения возрастающих участков гармонического сигнала с горизонтальной осью, но ни в коем случае не между точкой пересечения горизонтальной оси с нарастающим участком одной синусоиды и убывающим участком другой.

**Метод эллипса.** Существует несколько разновидностей этого метода. Остановимся кратко на некоторых из них.

1. При подаче на входы  $X$  и  $Y$  (при отключенной развертке) двух напряжений  $U_X$  и  $U_Y$ , сдвинутых друг относительно друга на некоторый угол  $\varphi$ , на экране осциллографа появляется фигура Лиссажу в виде определенным образом ориентированного эллипса. Если центр эллипса совмещен с началом системы координат экрана, то фазовый сдвиг  $\varphi$  можно определить по формуле

$$\varphi = \arcsin(A/B),$$

где  $A$  и  $B$  показаны на рис. 10. Для удобства определения их длин коэффициенты усиления усилителей  $X$  и  $Y$  подбирают таким образом, чтобы эллипс вписывался в квадрат.

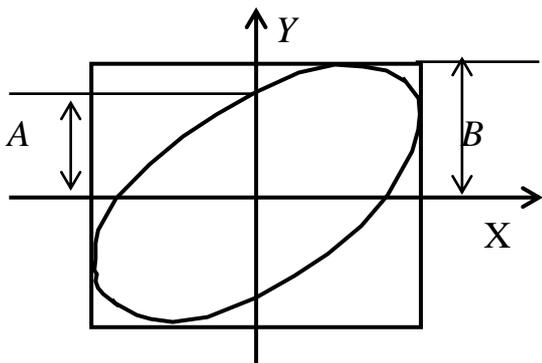


Рис. 10. Измерение и расчет фазового сдвига по формуле  $\varphi = \arcsin(A/B)$

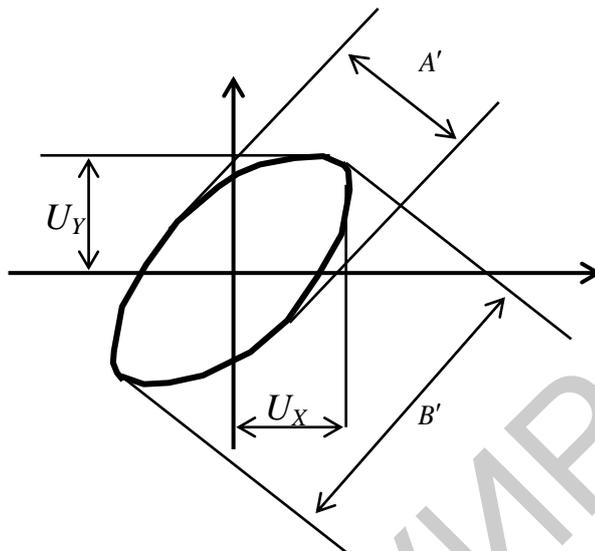


Рис. 11. Измерение и расчет фазового сдвига по формуле  $\varphi = 2 \arctg \frac{A'}{B'}$

2. Если  $U_x = U_y$ , то тогда (рис. 12)

$$\operatorname{tg}(\varphi/2) = A'/B',$$

где отрезок  $A'$  равен малой оси эллипса, а отрезок  $B'$  – его большой оси. Отсюда получаем

$$\varphi = 2 \arctg(A'/B').$$

3. Если  $U_x$  и  $U_y$  произвольны, то из этого рисунка следует, что

$$\varphi = \arcsin(A'B'/U_x U_y).$$

Следует отметить, что все три рассмотренные выше разновидности метода эллипса позволяют лишь приблизительно (с погрешностью (5...10)%) оценить величину фазового сдвига без определения его знака. На рис. 12 показан вид фигур Лиссажу для некоторых частных случаев, когда напряжения  $U_x$  и  $U_y$  равны. Основными причинами значительной погрешности метода являются неточность в определении длин отрезков, деформация эллипса из-за негармоничности исследуемых напряжений, неидентичность фазочастотных характеристик каналов  $X$  и  $Y$  осциллографа.

### Практические рекомендации по измерению сдвига фаз между входным и выходным сигналами $RC$ -цепи $RC$ -генератора

Приведем практические рекомендации по измерению разности фаз между входным и выходным напряжением фазосдвигающей цепи  $RC$ -генератора. Эта разность фаз на частоте генерирования колебаний  $RC$ -генератором должна равняться  $180^\circ$ . Поэтому для измерения разности фаз входное колебание нужно подать на вход  $X$  осциллографа, так как его амплитуда имеет большее значение, чем амплитуда напряжения на выходе фазосдвигающей  $RC$ -цепи. На вход  $Y$  осциллографа следует подать напряжение с выхода фазосдвигающей цепи. Нужно

обязательно выключить внутреннюю синхронизацию осциллографа, т. е. использовать осциллограф как электронно-лучевую трубку, на которую работают два усилителя с сигналами, поступающими на входы  $X$  и  $Y$  осциллографа.

Изменяя частоту подаваемого на вход  $X$  сигнала, наблюдать изображение фигуры Лиссажу на экране осциллографа, предварительно выбрав подходящий размер ее по горизонтали. Как следует из рис. 13, сдвиг по фазе между сигналами, действующими на входах  $X$  и  $Y$  осциллографа, составит  $180^\circ$  тогда, когда наблюдаемая фигура выродится в прямую линию, наклоненную под углом, примерно равным  $135^\circ$  к горизонтальной оси.

Теперь остается прочитать на шкале генератора значение частоты, на которой наблюдается фазовый сдвиг, равный  $180^\circ$ , т. е. получить значение генерируемой  $RC$ -автогенератором частоты, в схеме которого используется анализируемая  $RC$ -цепь.

Обратите внимание, что наиболее удобно работать с фигурой Лиссажу, когда она вписывается в квадрат возможно больших размеров, который наблюдается на экране осциллографа.

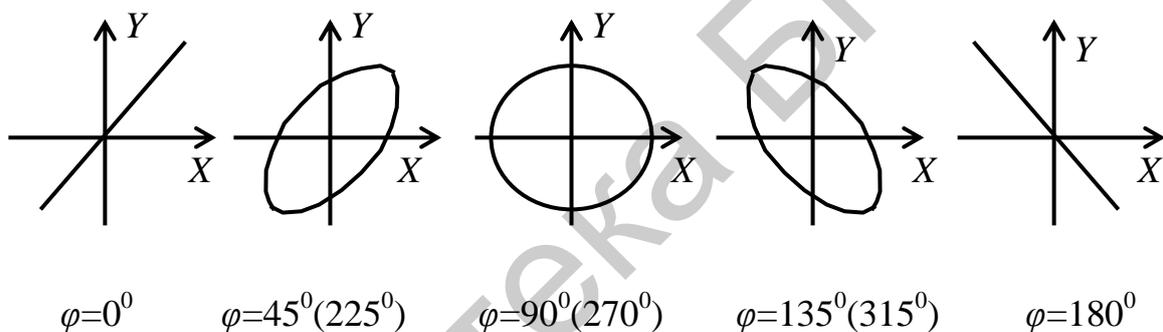


Рис. 12. Фигуры Лиссажу для некоторых частных случаев, когда амплитуды напряжений  $U_X$  и  $U_Y$  равны

# Лабораторная работа №11

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В АВТОГЕНЕРАТОРЕ НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

### 1. Краткие теоретические сведения

#### 1.1. Понятие фазового пространства

Во многих областях физических наук для изображения поведения различных систем применяется метод фазового пространства, который является серьезным средством исследования нелинейных систем.

Если система имеет  $n$  степеней свободы, надо задать  $2n$  чисел, т. е. точку в  $2n$ -мерном пространстве, чтобы описать поведение системы в любой момент времени. Под числом степеней свободы понимают число независимых координат, необходимых и достаточных для однозначного определения состояния системы.

Например, материальная точка  $M$  в трехмерном пространстве имеет 6 степеней свободы. Чтобы описать движение этой точки, нужно задать шесть координат  $x, y, z, dx/dt, dy/dt, dz/dt$ . Значит, поведение материальной точки можно представить совершающимся в шестимерном пространстве. Наглядно представить это шестимерное пространство возможности нет. Это образ математического мира.

В том случае, если материальная точка движется в плоскости  $x, y$ , ее движение можно охарактеризовать в четырехмерном пространстве координатами:  $x, y, dx/dt, dy/dt$ .

Если материальная точка может передвигаться только по прямой, то ее поведение можно описать в двухмерном пространстве  $(x, dx/dt)$ , которое называется *фазовой плоскостью*.

**Пример 1.** Материальная точка совершает движение по закону  $x = a \sin \omega t$  (рис. 1). Изобразить поведение этой точки на фазовой плоскости.

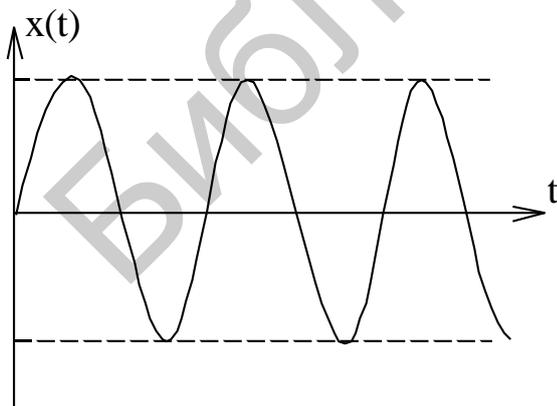


Рис. 1. Движение материальной точки по гармоническому закону

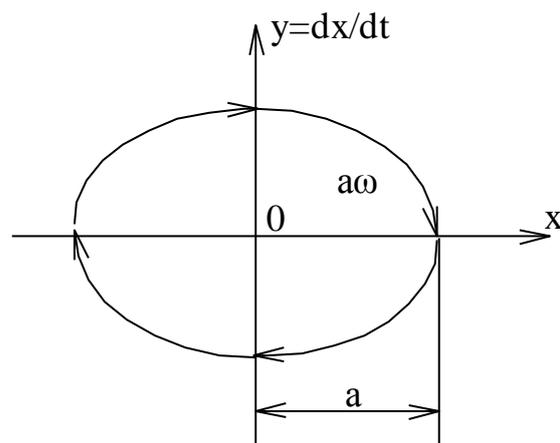


Рис. 2. Фазовый портрет движения материальной точки

Координаты фазового пространства:  $x = a \sin \omega t$  и  $y = dx/dt = a \omega \cos \omega t$ .  
Исключив из этих уравнений время, получим движение по эллипсу (рис. 2):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(a\omega)^2} = 1.$$

Таким образом, колебательное движение  $x(t) = a \sin \omega t$ , совершающееся в обычном одномерном пространстве, описывается движением в двухмерном пространстве в виде эллипсов, построенных с учетом ортогональности осей этого пространства.

**Пример 2.** Материальная точка совершает движение по закону  $x = a e^{-\alpha t} \sin \omega t$ . Изобразить поведение этой точки на фазовой плоскости.

Выражение для скорости движения точки имеет вид

$$y = dx/dt = a(\omega e^{-\alpha t} \cos \omega t - \alpha e^{-\alpha t} \sin \omega t) = a e^{-\alpha t} \omega (\cos \omega t - \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega t).$$

Осуществив путем исключения из рассмотрения времени переход к уравнению, связывающему координаты  $x$  и  $y$ , получаем

$$(y + \alpha x)^2 + \omega^2 x^2 = C e^{\frac{2\alpha}{\omega} \arctg \frac{y + \alpha x}{\omega x}}.$$

Это уравнение спирали. При  $\alpha < 0$  спираль разворачивается (рис. 3), при  $\alpha > 0$  спираль сворачивается (рис. 4).

Приведенные примеры показывают, что по фазовым изображениям можно судить о характере движения. Преимущества фазового метода проявляются при исследовании систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями, т. е. когда решение в виде известных функций получено быть не может. Экспериментальное получение фазового пространства не встречает затруднений: достаточно подвести к горизонтальным пластинам осциллографа исследуемое напряжение, а к вертикальным – производную исследуемого напряжения.

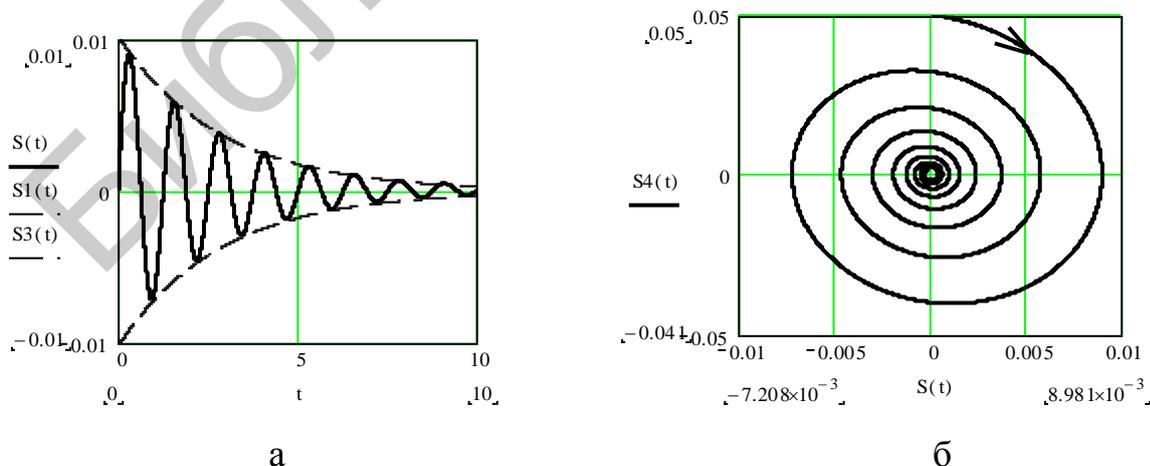


Рис. 3. Поведение материальной точки на фазовой плоскости при  $\alpha < 0$ : затухающий процесс (а) и его фазовый портрет (б)

Метод фазовой плоскости требует громоздких и кропотливых графических построений и потому в инженерной практике не применяется. Однако в целом ряде случаев, особенно тогда, когда нелинейное дифференциальное уравнение имеет очень сложный вид, метод фазового пространства оказывается наиболее рациональным.

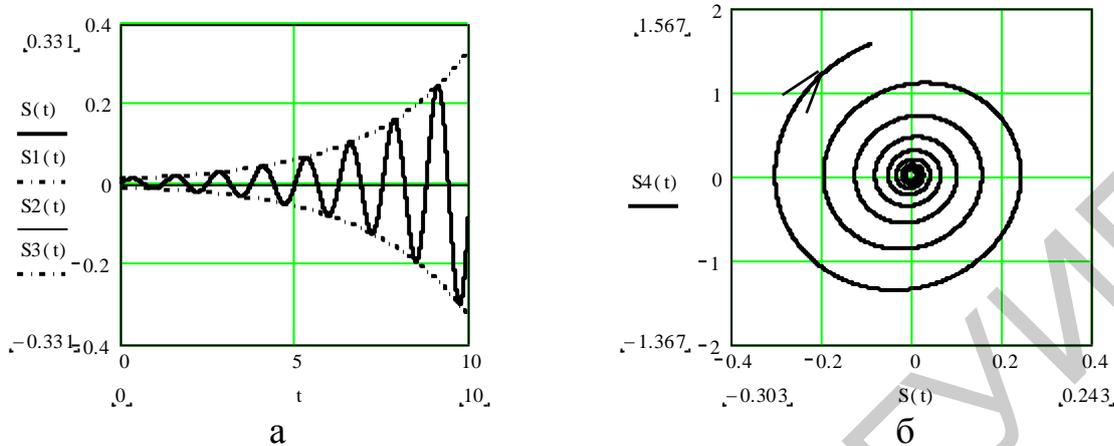


Рис. 4. Поведение материальной точки на фазовой плоскости при  $\alpha < 0$ : нарастающий процесс (а) и его фазовый портрет (б)

Если анализируемая система характеризуется большим числом степеней свободы, тогда использование фазовой плоскости для описания ее поведения является недостаточным, так как в этом случае система описывается большим числом координат и отражается точкой в фазовом пространстве большего числа переменных.

Для  $n$ -мерного фазового пространства можно ввести аналогичные понятия особых точек, сепаратрис и предельных циклов. Можно также дать и новую классификацию особых точек, которая окажется значительно сложнее, чем для случая фазовой плоскости. Такая классификация для трехмерного фазового пространства приведена в книге Т. Хаяси. *Нелинейные колебания в физических системах*. – М.: Мир, 1968.

Ввиду того что метод фазового пространства для систем с числом степеней свободы больше одной в значительной мере теряет свою наглядность и простоту, им обычно мало пользуются.

## 1.2. Анализ дифференциального уравнения автогенератора

Анализ дифференциального уравнения автогенератора проведем путем, суть которого заключается в следующем. В достаточно малой окрестности произвольно выбранной точки  $x_0, y_0$  фазового пространства в общем случае нелинейное уравнение можно представить линейным:

$$\ddot{x} + F(x_0, y_0)\dot{x} + \Phi(x)x = 0. \quad (1)$$

Чем меньше размеры выбранной окрестности, тем точнее такая замена будет описывать поведение генератора. Начертив в этой области вид интегральных кривых, перейдем в окрестность соседней точки  $x'_0, y'_0$ , где коэффици-

енты уравнения уже будут иметь другие значения  $F(x'_0, y'_0)$  и  $\Phi(x'_0, y'_0)$  и т. д. В результате у нас получится фазовый портрет генератора, как угодно мало отличающийся от истинного. Такой способ построения фазового портрета позволяет сделать ряд выводов.

Если функция  $F(x, y)$ , играющая роль коэффициента затухания в уравнении, сохраняет знак на всей фазовой плоскости, то движение по всем интегральным кривым при  $F(x, y) > 0$ , будет декрементно, т. е. процесс возникновения автоколебаний будет сопровождаться рассеянием энергии. При  $F(x, y) < 0$  процесс является инкрементным и сопровождается поступлением энергии в колебательную систему. В первом случае состояние равновесия устойчиво и все интегральные кривые имеют вид затухающих траекторий. Во втором случае состояние равновесия неустойчиво и амплитуда автоколебаний неограниченно возрастает. В обоих случаях среди интегральных кривых не будет ни одной, соответствующей замкнутым фазовым траекториям.

Если  $F(x, y) = 0$ , то кривая, соответствующая этому уравнению, разделит фазовую плоскость на декрементную и инкрементную области. В этом случае среди интегральных кривых появятся замкнутые траектории, располагающиеся частично в декрементной и инкрементной областях либо на границе между этими областями. При этом соседние к ним траектории либо вливаются в них, либо сходят с них. Такие фазовые траектории называются предельными циклами.

### 1.2.1. Мягкий режим

При выполнении условия самовозбуждения амплитуда возрастает по экспоненциальному закону. Фазовая траектория, соответствующая этому случаю, имеет вид раскручивающейся спирали. С ростом амплитуды автоколебаний начинает проявляться нелинейность системы. Увеличение радиуса спирали замедляется и в пределе фазовая траектория превращается в окружность с радиусом  $A_{ст.}$ , равным стационарной амплитуде колебаний. Если начальное положение изображающей точки задать вне окружности радиуса  $A_{ст.}$ , то движение будет проходить по скручивающейся спирали до перехода на окружность  $A_{ст.}$ . В силу устойчивости стационарного режима автогенератора при любых начальных условиях изображающая точка переходит на окружность радиуса  $A_{ст.}$ . Изолированная замкнутая кривая на фазовой плоскости, к которой с возрастанием времени  $t$  приближается (по спирали) с внутренней или внешней стороны соседние фазовые траектории, называется предельным циклом (рис. 5).

Предельные циклы бывают трех видов:

- устойчивые, на которые траектории, проходящие через соседние по отношению к циклам точки, навиваются;
- неустойчивые, с которых эти траектории сходят;
- полуустойчивые, на которые с одной из сторон (снаружи или внутри замкнутого предельного цикла) траектории накручиваются, а с другой стороны – скручиваются.

Понятно, что в реальных условиях полуустойчивые циклы нереализуемы. Движение по устойчивому предельному циклу является периодическим и соответствует автоколебаниям системы. Таким образом, атрибутом автоколебательной системы является наличие в ее фазовом портрете хотя бы одного предельного цикла. На фазовом портрете автогенератора может быть несколько предельных циклов, вложенных друг в друга. При этом устойчивые и неустойчивые циклы чередуются. Внутренний цикл определяет тип особой точки. Если этот цикл устойчив, то особая точка (узел или фокус) лежит в инкрементной области и поэтому будет неустойчива. Такая система самовозбуждается, т. е. флуктуации выводят ее из состояния равновесия, и колебания нарастают до некоторого стационарного уровня, определяемого первым устойчивым циклом. Подобный режим возбуждения называется мягким. Нелинейные системы, у которых первый предельный цикл устойчивый, называются автоколебательными системами с мягким самовозбуждением.

Примером такой системы может служить транзисторный или ламповый генератор при выборе положения рабочей точки на линейном участке вольт-амперной характеристики. Он описывается уравнением Ван-дер-Поля:

$$\ddot{x} - \varepsilon(1-x^2)\dot{x} + x = 0. \quad (2)$$

Диссипативный член  $F(x, y) = -\varepsilon(1-x^2)$  при  $|x| < 1$  отрицателен, т. е. на фазовой плоскости область  $|x| < 1$  инкрементна.

Форма колебаний и вид предельного цикла определяются степенью нелинейной системы (рис. 5). В частности, для систем, описываемых уравнением типа

$$\ddot{x} + \varepsilon f(x, y)\dot{x} + x = 0, \quad (3)$$

к каковому относится и уравнение (2), нелинейность определяется величиной параметра  $\varepsilon$ . Для систем, близких к линейным, параметр  $\varepsilon \ll 1$  и колебания близки к гармоническим, а предельный цикл мало отличается от окружности. Особая точка представляет собой неустойчивый фокус. Для существенно нелинейных систем, когда  $\varepsilon \gg 1$ , предельный цикл заметно отличается от окружности, колебания принимают несинусоидальную форму и при очень большой нелинейности становятся релаксационными. Особая точка в этом случае представляет собой неустойчивый узел. Параметр  $\varepsilon$  определяет также скорость установления стационарных автоколебаний, т. е. длительность переходного процесса. С ростом  $\varepsilon$  время установления стационарных колебаний сокращается.

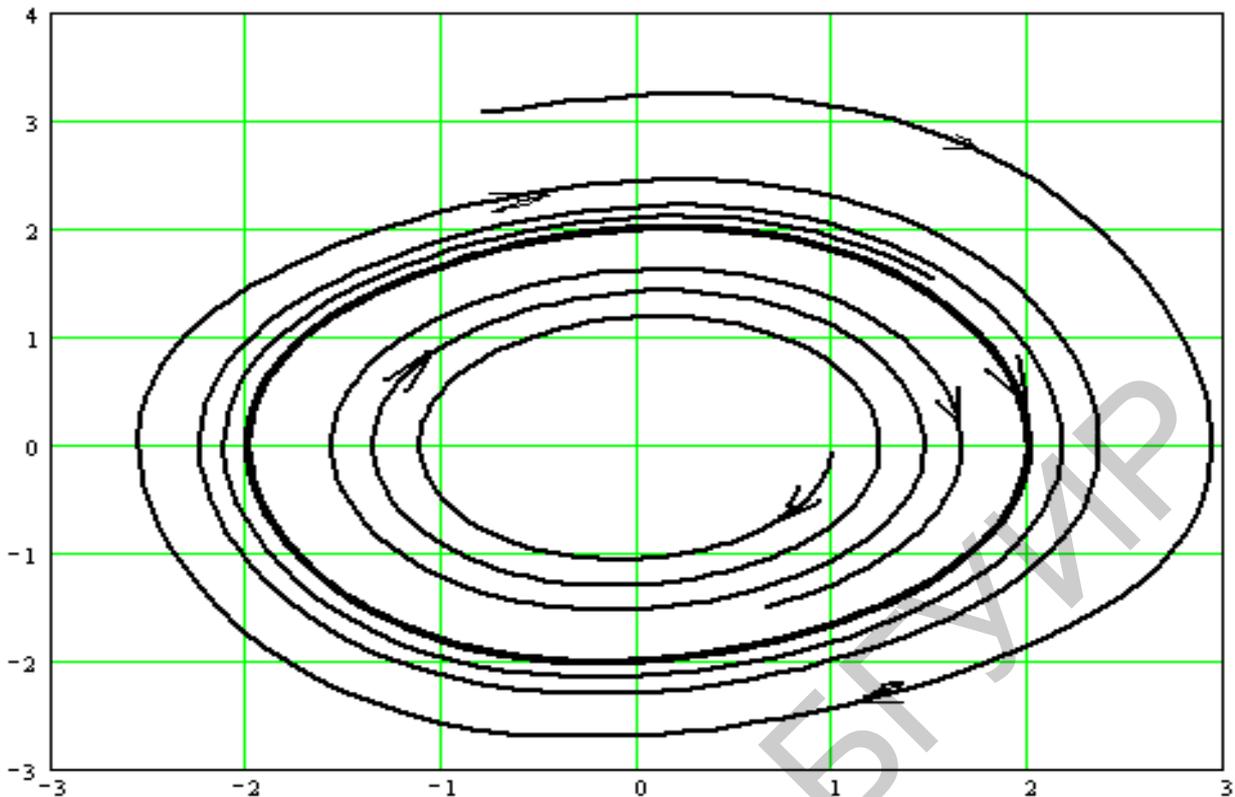


Рис. 5. Фазовый портрет автоколебаний в мягком режиме

### 1.2.2. Жесткий режим

Случай жесткого режима отличается от мягкого тем, что при малых амплитудах затухание положительно и фазовые траектории сворачиваются к началу координат. Когда амплитуда автоколебаний достигает значения  $U_A$  (рис. 6), затухание обращается в нуль. Этому значению амплитуды соответствует свой предельный цикл, которому

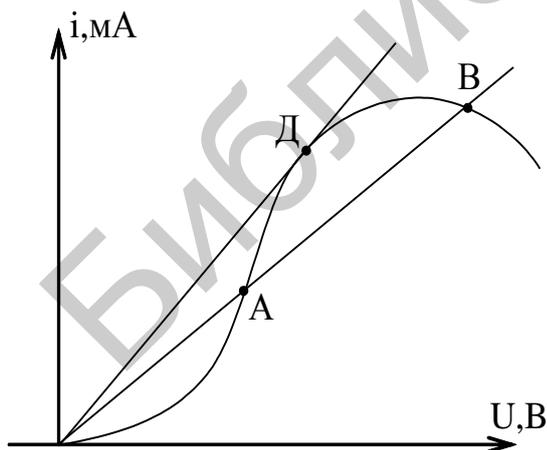


Рис. 6.  
Колебательная характеристика  
для жесткого режима

соответствует своей предельный цикл, которому соответствует амплитуда стационарных колебаний  $U_A$ . Однако этот цикл неустойчив, так как фазовые траектории не навертываются на него. Фазовые траектории, сходя с этого неустойчивого предельного цикла, либо свертываются во внутрь к началу координат, либо развертываются в области вне неустойчивого цикла, стремясь к устойчивому предельному циклу, соответствующему стационарной амплитуде  $U_B$ .

При дальнейшем росте амплитуды автоколебаний, превышающей величину, соответствующую амплитуде колебаний в точке А, в области вне неустойчивого цикла затухание снова становится отрицательным, и амплитуда автоколебаний рас-

тет, пока затухание снова не обратится в нуль. Здесь образуется второй предельный цикл, на этот раз уже устойчивый. Отличие устойчивого предельного цикла от неустойчивого с точки зрения фазовых диаграмм состоит в том, что фазовые траектории стремятся к устойчивому циклу и сбегают с неустойчивого.

Таким образом, фазовую плоскость можно разбить на три части:

- 1 – внутри неустойчивого цикла;
- 2 – между устойчивым и неустойчивым циклами;
- 3 – вне устойчивого цикла.

Автоколебания не возбуждятся, если начальные условия изображаются точкой в области 1 и возбуждятся, если изображающая точка лежит в области 2 или 3.

Амплитуда стационарных колебаний, соответствующая положению рабочей точки на колебательной характеристике в точке Д, соответствует неустойчивому режиму, когда устойчивый и неустойчивый циклы совпадают. По этой причине иногда точку Д называют *односторонне устойчивой* или *односторонне неустойчивой*.

Если внутренний цикл автоколебательной системы неустойчивый, то самовозбуждение системы невозможно, так как состояние равновесия лежит в декрементной области и является устойчивым. Для того чтобы вывести систему в режим автоколебаний, т. е. на устойчивый цикл, изображающую точку нужно забросить на одну из траекторий, вливающих в устойчивый цикл, т. е. вывести ее за пределы неустойчивого цикла. Физически для этого системе надо задать необходимое отклонение от положения равновесия или сообщить начальный толчок. Такой способ возбуждения называется жестким и соответствующая колебательная система называется системой с жестким возбуждением. Примером такой системы может служить транзисторный или ламповый генератор при выборе рабочей точки на нижнем сгибе проходной характеристики транзистора. Работа такого генератора описывается уравнением типа

$$\ddot{x} + \varepsilon(1 - \delta_1 x^2 + \delta_2 x^4)\dot{x} + x = 0 \quad (4)$$

при  $\delta_1 > 0$  и  $\delta_2 > 0$ .

Наличие неустойчивого и устойчивого циклов объясняется характерным для жесткой системы поведением коэффициента при первой производной. Фазовый портрет жесткой системы показан на рис. 7, из которого можно увидеть характер процессов установления в зависимости от начальных условий.

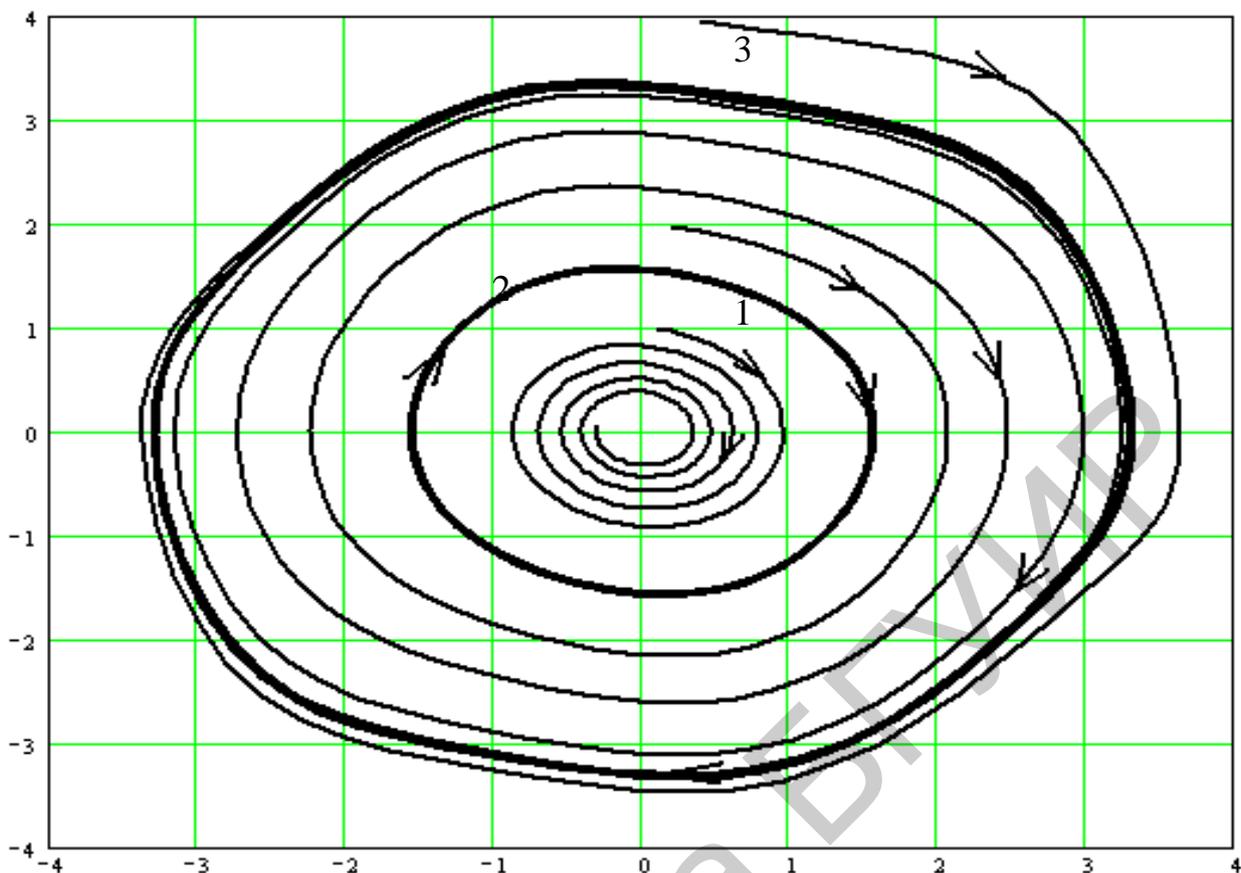


Рис. 7. Предельные циклы фазового портрета генератора в жестком режиме

### 1.3. Анализ фазовых портретов автогенератора в системе MathCAD

Широкое использование методов компьютерной математики для решения научных и инженерных задач стимулируется не только возможностью наглядной интерпретации результатов исследования на фазовой плоскости, но и хорошо разработанными компьютерными средствами решения дифференциальных уравнений с помощью пакетов, представляющих собой системы математических вычислений, позволяющих выполнять численный анализ и символьные преобразования и выводить результаты в виде двумерных или трехмерных графиков.

Цель данной работы – получение и анализ фазовых портретов автогенератора, работающего в мягком и жестком режиме, путем использования пакета компьютерной математики MathCAD.

Автогенератор является сугубо нелинейным устройством, поэтому широкий класс явлений, протекающих в нем, можно описать нелинейным уравнением второго порядка:

$$\ddot{x} + F(x, \dot{x})\dot{x} + \Phi(x)x = 0, \quad (5)$$

которое можно заменить системой двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -F(x, \dot{x})y - \Phi(x)x, \end{cases} \quad (6)$$

позволяющей легко получить уравнение интегральных кривых:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{F(x, \dot{x}) + \Phi(x)}{y}. \quad (7)$$

Поскольку это уравнение в общем случае не поддается интегрированию, для построения фазового портрета автогенератора и его наглядной интерпретации используем встроенную функцию *rkfixed* пакета MathCAD.

#### 1.4. Встроенная функция *rkfixed* пакета Mathcad

Встроенная функция пакета Mathcad *rkfixed*(y, X1, X2, npoint, D) возвращает матрицу, в которой первый столбец содержит точки, в которых оценивается решение уравнения. Другие столбцы соответствуют значениям первых n-1 производных. Функция *rkfixed* использует метод Рунге–Кутты четвертого порядка для решения системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

Аргументы функции *rkfixed*:

y – это вектор начальных значений размерностью n (n – порядок дифференциального уравнения или число уравнений в системе дифференциальных уравнений первого порядка);

X1, X2 – конечные точки интервала, на котором оценивается решение дифференциального уравнения. Начальные значения в y соответствуют значениям X1;

npoint – число точек (не считая начальной), в которых ищется приближенное решение. При помощи этого аргумента определяется число строк (1 + npoint) матрицы, возвращаемой функцией *rkfixed*;

D(x,y) – функция, возвращающая значение в виде вектора из n элементов, содержащих первые производные от неизвестных функций.

## 2. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Исследовать фазовый портрет линейного осциллятора, соответствующий особой точке типа «центр». Исследуемое уравнение имеет вид  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Положить  $\omega_0 = 100\pi$ . Для построения фазового портрета выбрать начальные условия в виде задания 6 – 8 точек. С помощью функции *rkfixed* пакета Mathcad получить решения дифференциального уравнения для выбранных начальных условий. Изобразить фазовый портрет линейного осциллятора, построив графики фазовых траекторий, соответствующие выбранным начальным условиям. Объяснить полученные результаты.

2. Исследовать фазовый портрет линейного осциллятора, соответствующий особой точке типа «устойчивый фокус». Исследуемое уравнение в этом случае имеет вид  $\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Положить  $\alpha = 20\pi$ ,  $\omega_0 = 100\pi$ . Выбрать началь-

ные условия в виде 6 – 8 точек. По аналогии с действиями, указанными в п.1 настоящего «Порядка выполнения лабораторной работы», получить решения уравнения линейного осциллятора для выбранных начальных условий. Построить графики фазовых траекторий, соответствующих выбранным начальным условиям. Объяснить полученные результаты.

3. Исследовать фазовые портреты линейного осциллятора, соответствующие особой точке типа «неустойчивый фокус», положив  $\alpha = 15\pi$ ,  $\omega_0 = 100\pi$ . По аналогии с действиями предыдущего пункта получить решения, соответствующие этому режиму для различных начальных условий. Построить графики фазовых траекторий для всех начальных условий. Объяснить полученные результаты.

4. Исследовать фазовые портреты линейного осциллятора, соответствующие особой точке типа «устойчивый узел». Положить  $\alpha = 110\pi$ ,  $\omega_0 = 100\pi$ . Задать 6 – 8 точек начальных условий. Получить решения дифференциального уравнения и построить графики траекторий, соответствующих этим начальным условиям. Объяснить полученные результаты.

5. Исследовать фазовые портреты линейного осциллятора, соответствующие особой точке типа «неустойчивый узел». Положить  $\alpha = -110\pi$ ,  $\omega_0 = 100\pi$ . Задать 6 – 8 точек начальных условий. Получить решения дифференциального уравнения и построить графики траекторий, соответствующих этим начальным условиям. Объяснить полученные результаты.

6. Исследовать фазовый портрет линейной системы второго порядка, соответствующий особой точке типа «седло». Уравнение осциллятора в этом случае имеет вид  $\ddot{x} - \omega_0^2 x = 0$ . Положить  $\omega_0 = 100\pi$ . Задать 6 – 8 точек начальных условий. Получить решения дифференциального уравнения и построить графики траекторий, соответствующих этим начальным условиям. Объяснить полученные результаты.

7. Исследовать фазовый портрет линейной системы второго порядка, соответствующий особой точке типа «седло, наклоненное вправо». Уравнение осциллятора в этом случае имеет вид  $\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} - \omega_0^2 x = 0$ . Положить  $\alpha = 200\pi$ ,  $\omega_0 = 100\pi$ . Задать 6 – 8 точек начальных условий. Получить решения дифференциального уравнения и построить графики траекторий, соответствующих этим начальным условиям. Объяснить полученные результаты.

8. Исследовать фазовый портрет линейной системы второго порядка, соответствующий особой точке типа «седло». Уравнение осциллятора в этом случае имеет вид  $\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} - \omega_0^2 x = 0$ . Положить  $\alpha = -200\pi$ ,  $\omega_0 = 100\pi$ . Задать 6 – 8 точек начальных условий. Получить решения дифференциального уравнения и построить графики траекторий, соответствующих этим начальным условиям. Объяснить полученные результаты.

9. Выполнить действия, которые предусмотрены предыдущими пунктами настоящей лабораторной работы, для нелинейной системы второго порядка для различных уровней нелинейности и сравнить результаты проведенных измерений с полученными результатами исследования линейной системы второго порядка.

10. Исследовать режим синхронизации нелинейного осциллятора.

## Лабораторная работа №12

### ИССЛЕДОВАНИЕ СИНТЕЗАТОРА ЧАСТОТ НА ОСНОВЕ ПРЯМОГО ЦИФРОВОГО СИНТЕЗА

#### 1. Краткие теоретические сведения

##### 1.1. Понятие частотного синтезатора

Частотный синтезатор – это устройство, с помощью которого генерируются множество дискретных частот, полученных из одного или нескольких исходных колебаний, как правило, частоты которых поддерживаются на достаточно высоком уровне стабилизации.

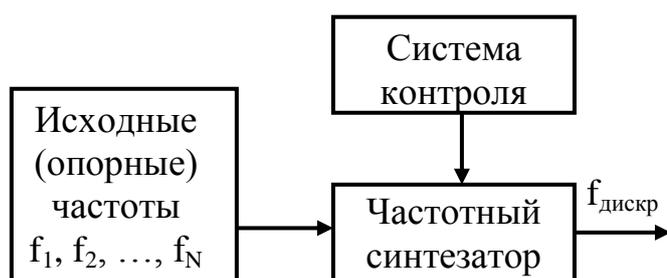


Рис. 1. Структурная схема частотного синтезатора

Структурная схема синтезатора, показанная на рис. 1, содержит в своем составе генераторы одного или нескольких высокостабильных по частоте колебаний, отличающихся также высокой спектральной чистотой. В структурную схему входит также система контроля как исходных колебаний, так и колебаний, создаваемых синтезатором.

Современные синтезаторы генерируют ряд колебаний с дискретными частотами, поэтому непрактично использовать генераторы отдельных частот для каждого отдельного случая, когда требуется одна какая-то частота.

Наиболее распространенными являются следующие методы синтеза частот:

- прямой аналоговый синтез (Direct Analog Synthesis, DAS) на основе структуры смеситель–фильтр–делитель, когда частота на выходе синтезатора получается непосредственно из опорной частоты посредством операций смешения, фильтрации, умножения и деления;
- косвенный (indirect) синтез на основе фазовой подстройки частоты (Phase Locked Loop, PLL), когда выходная частота получается с помощью дополнительного генератора (чаще Voltage Controlled Oscillator, VCO), который охвачен петлей фазовой автоподстройки;
- прямой цифровой синтез (Direct Digital Synthesis, DDS), когда выходной сигнал синтезируется цифровыми методами;
- гибридный синтез, представляющий собой комбинацию нескольких методов, упомянутых выше.

Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки. Следовательно, в каждом конкретном случае нужно делать выбор, основанный на наиболее приемлемых комбинациях компромиссов.

## 1.2. Характеристические параметры частотных синтезаторов

Частотные синтезаторы характеризуются следующими основными параметрами:

- областью выходных частот  $f_{min} \leq f \leq f_{max}$ ;
- точностью установки частоты  $f_0 \pm \Delta f$  (измеряется, как правило, в процентах или в промилле – частях, приходящихся на миллион значений);
- временем установления, которое поясняется рис. 2;
- частотным разрешением (расстоянием между каналами);
- спектральной чистотой (шумом), которая поясняется рис. 3;
- стабильностью частоты, зависящей от времени, температуры или мощности;
- наличием ложных частот, которое поясняется рис. 4.

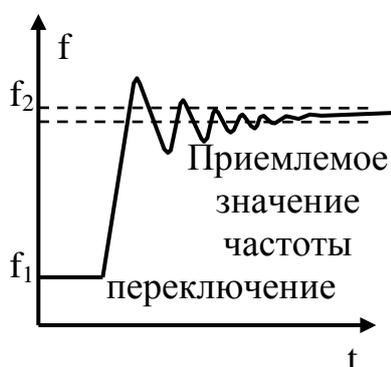


Рис. 2. Установление частоты в синтезаторе



Рис. 3. Спектральная чистота сигнала

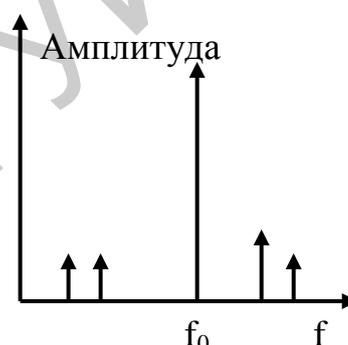


Рис. 4. Сигнал с ложными частотами

## 1.3. Прямой аналоговый синтез (DAS)

Структурная схема прямого аналогового синтезатора показана на рис. 5. Этот метод называют прямым потому, что отсутствует процесс коррекции ошибки. Следовательно, качество выходного сигнала напрямую связано с качеством опорного сигнала. Фазовый шум этого синтезатора достаточно низкий вследствие прямого синтеза. Перестройка по частоте также может быть очень быстрой. Одной из важных особенностей такого синтезатора на основе смесителя/фильтра является возможность вернуться на любую частоту и продолжать работать в той же фазе, как и в том случае, если бы перехода вообще не было. Этот эффект называют «фазовой памятью».

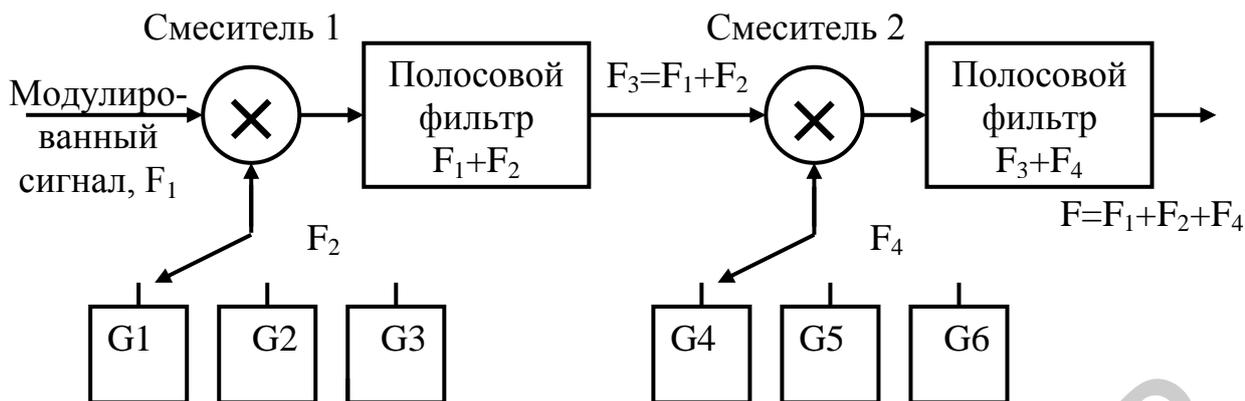


Рис. 5. Прямой аналоговый синтезатор частоты (DAS)

Для перестройки по частоте используется переключаемый банк опорных генераторов. Это подходит, например, для радиостанций с небольшим количеством каналов. Но для обеспечения широких возможностей по перестройке частоты требуется очень много опорных генераторов, что является весьма дорогостоящим решением. Используя делители частоты (структура смеситель–фильтр–делитель), можно уменьшить количество необходимых опорных генераторов, хотя и в этом случае возможности по перестройке останутся более скромными.

#### 1.4. Косвенный синтез частоты на основе фазовой автоподстройки

Этот метод синтеза использует принцип сравнения частоты и фазы выходного сигнала, источником которого служит генератор, управляемый напряжением (voltage control oscillator, VCO), с сигналом опорного генератора. Структурная схема такого синтезатора на основе фазовой автоподстройки (phase loop locked, PLL) приведена на рис. 6. Обнаружение ошибки осуществляется с помощью фазового детектора, который работает на определенной частоте  $F_C$ , называемой частотой сравнения. Эта частота получается путем деления на  $N$  частоты опорного генератора  $G$ . Частота выходного сигнала вначале делится на  $M$ , а потом сравнивается с частотой  $F_C$ . Если частота отклоняется, обнаруженная ошибка вызывает изменение управляющего напряжения VCO, что приводит к уменьшению отклонения.

Поскольку делители частоты имеют целочисленные коэффициенты деления, шаг сетки такого синтезатора определяет частота сравнения. Выходная частота определяется по формуле

$$F_{OUT} = F_C \cdot M = (F_{CLK}/N) \cdot M = F_{CLK} \cdot (M/N),$$

где  $F_{OUT}$  – выходная частота;  $F_C$  – частота сравнения;  $N$  – коэффициент деления опорной частоты;  $M$  – коэффициент деления выходной частоты.

Другими словами, PLL синтезатор умножает опорную частоту в  $M/N$  раз. Коэффициенты  $N$  и  $M$  могут задаваться микроконтроллером, хотя на практике число  $N$  при перестройке меняют редко, так как это влечет за собой изменение частоты сравнения (соответственно и шага сетки) и требует изменения параметров петлевого фильтра.

Фазовый детектор является источником дополнительных фазовых шумов. Попытки получить малый шаг перестройки частоты вынуждают работать на более низкой частоте сравнения, что требует понижения частоты среза петлевого фильтра. А это еще более увеличивает фазовые шумы. Быстрое переключение частоты в этой структуре также обеспечить очень сложно.

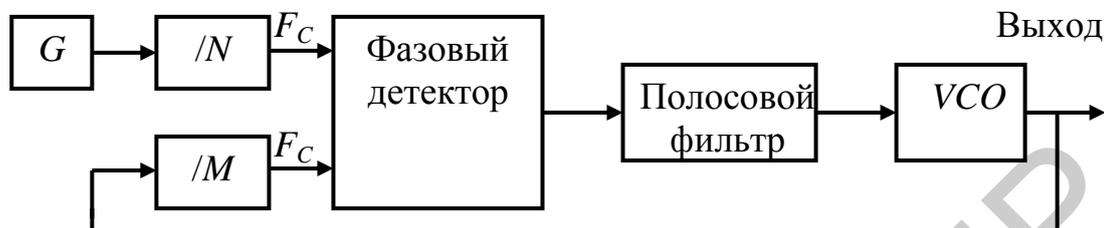


Рис. 6. Синтезатор частоты на основе PLL

Для получения малого шага перестройки по частоте иногда объединяют в одном синтезаторе несколько петель PLL. Однако многопетлевой PLL синтезатор является весьма дорогим и громоздким устройством, что сдерживает его широкое применение.

### 1.5. Прямой цифровой синтез

Прямой цифровой синтез (direct digital synteز, DDS) – относительно новый метод синтеза частот, появившийся в начале 70-х годов прошлого века. Его широкое использование сдерживалось сложностью реализации, а также недостаточно широким диапазоном рабочих частот, несмотря на то что в настоящее время наиболее популярны синтезаторы на основе фазовой автоподстройки частоты, все чаще применяются прямые цифровые синтезаторы, характеризующиеся рядом уникальных возможностей. Появление дешевых микросхем DDS и удобных средств разработки делает их сегодня привлекательными для разных сфер применения. Все это является причиной того, что в последнее время DDS вытесняют обычные аналоговые синтезаторы частот.

Основные преимущества DDS:

- цифровое управление частотой и фазой выходного сигнала;
- очень высокое разрешение по частоте и фазе;
- экстремально быстрый переход на другую частоту или фазу, перестройка по частоте без разрыва фазы, без выбросов и других аномалий, связанных с временем установления;
- архитектура, основанная на DDS, ввиду очень малого шага перестройки по частоте исключает необходимость применения точной подстройки опорной частоты, а также обеспечивает возможность параметрической температурной компенсации;
- цифровой интерфейс легко позволяет реализовать микроконтроллерное управление.

Частотное разрешение DDS составляет сотые и даже тысячные доли герца при выходной частоте порядка десятков мегагерц. Такое разрешение недоступимо для других методов синтеза. Другой характерной особенностью DDS

является очень высокая скорость перехода на другую частоту. Синтезаторы на основе PLL используют обратную связь и фильтрацию сигнала ошибки, что замедляет процесс перестройки частоты. Для DDS скорость перестройки ограничена практически только быстродействием цифрового управляющего интерфейса. Более того, все перестройки по частоте происходят у DDS без разрыва фазы выходного сигнала, поскольку выходной сигнал синтезируется в цифровом виде, очень просто осуществить модуляцию различных видов.

Параметры синтезатора очень важны для аппаратуры связи. Являясь сердцем системы настройки, синтезатор в основном определяет потребительские свойства конкретного аппарата. Как с технической, так и с экономической стороны DDS удовлетворяет большинству критериев идеального синтезатора частоты: простой, высокоинтегрированный, малых габаритов. Дополнительно многие параметры DDS программно-управляемые, что позволяет добавить в устройство новые возможности. Современные DDS используют субмикронную CMOS-технологии, трехвольтовую логику, миниатюрные корпуса. Одновременно постоянно снижается цена. Все это делает DDS очень перспективными приборами.

С процессом дискретизации и цифроаналогового преобразования, который имеет место в DDS, связаны некоторые ограничения:

- максимальная выходная частота не может быть выше половины тактовой (на практике она еще меньше), что ограничивает области применения DDS на диапазонах HF и VHF частот;

- отдельные побочные компоненты на выходе DDS могут быть значительно большими, чем у других видов синтеза, а спектральная чистота выходного сигнала DDS сильно зависит от качества ЦАП;

- потребляемая DDS мощность практически прямо пропорциональна тактовой частоте и может достигать сотен милливольт и при больших тактовых частотах DDS могут оказаться непригодными для устройств с батарейным питанием.

DDS уникальны своей цифровой определенностью: генерируемый ими сигнал синтезируется со свойственной цифровым системам точностью. Частота, амплитуда и фаза сигнала в любой момент времени точно известны и подконтрольны. DDS практически не подвержены температурному дрейфу и старению. Единственным элементом, который обладает свойственными аналоговым схемам нестабильностям, является цифроаналоговый преобразователь (ЦАП). Именно по этой причине в последнее время DDS вытесняют обычные аналоговые синтезаторы частот.

Основные преимущества синтезаторов DDS сводятся к следующему:

- цифровое управление частотой и фазой выходного сигнала;
- очень высокое разрешение по частоте и фазе;
- крайне быстрый переход на другую частоту или фазу, перестройка по частоте без разрыва фазы, без выбросов и других аномалий, связанных с временем установления;

- архитектура, основанная на DDS, вследствие малого шага перестройки по частоте исключает необходимость применения точной подстройки опорной частоты, а также обеспечивает возможность параметрической температурной компенсации;

- цифровой интерфейс позволяет реализовать микроконтроллерное управление;
- для квадратурных синтезаторов имеются DDS с I и Q выходами, которые работают согласованно.

Частотное разрешение DDS составляет сотые или тысячные доли герца на выходной частоте порядка нескольких десятков мегагерц. Такое разрешение пока недостижимо в других схемах синтезаторов.

Синтезаторы на основе PLL используют обратную связь и фильтрацию сигнала ошибки, что замедляет процесс перестройки частоты. Для DDS скорость перестройки ограничена практически только быстродействием цифрового управляющего интерфейса. Более того, все перестройки по частоте происходят у DDS без разрыва фазы выходного сигнала. Так как выходной сигнал синтезируется цифровыми методами, то очень просто получить модуляцию различных типов.

Параметры синтезатора частоты имеют большое значение в аппаратуре связи, являясь основой системы настройки, так как именно синтезатор определяет потребительские свойства конкретного устройства. Как в техническом отношении, так и с экономической точки зрения DDS удовлетворяет большинству критериев идеального синтезатора частоты, например, таким, как простота, высокая степень интегрированности, малые габариты. Кроме того, многие параметры DDS программно управляемы, что в значительной мере расширяет создание новых возможностей у этих синтезаторов. Современные DDS используют субмикронную CMOS-технологии их производства, трехвольтовую логику, миниатюрные корпуса. Одновременно постоянно снижается цена их изготовления. Все это делает DDS весьма перспективными приборами современной радиоэлектроники.

В связи с этим имеются некоторые ограничения, связанные с процессом дискретизации и цифроаналогового преобразования, которые имеют место в DDS, а именно:

- максимальная выходная частота не может быть выше половины тактовой, а практически она даже значительно меньше, что ограничивает области применения DDS на низких и умеренных частотах радиодиапазона;
- отдельные побочные компоненты на выходе DDS могут быть значительно большими, чем у других методов синтеза и спектральная чистота выходного сигнала DDS сильно зависит от качества ЦАП;
- потребляемая DDS мощность практически прямо пропорциональна тактовой частоте и составляет сотни милливатт и при больших тактовых частотах DDS могут оказаться мало пригодными для устройств с батарейным питанием.

## 1.6. Структура DDS

Задача, которую должен решать DDS, состоит в получении на выходе сигнала синусоидальной формы с заданной частотой. Так как в DDS формирование выходного сигнала происходит в цифровой форме, то совершенно очевидна необходимость аналого-цифрового преобразования. Это означает, что в структуре DDS должен быть АЦП. В любом случае на выходе DDS нужно использовать ФНЧ (anti-

aliasing filter) для подавления побочных сигналов спектра выходного сигнала, повторяющихся с периодичностью частоты  $F_{CLK}$ .

Для получения синусоидального сигнала на вход ЦАП необходимо подать последовательность отсчетов функции  $y = \sin x$ , следующих с частотой дискретизации  $F_{CLK}$ . Закон изменения функции  $y = \sin x$  во времени сложен и цифровыми методами просто его реализовать нельзя. Можно, конечно, вычислять значения функции  $y = \sin x$  с помощью арифметико-логического устройства, используя полиномиальные представления, но этот подход значительно снизит быстродействие всего устройства DDS. Поэтому наиболее подходящим методом формирования отсчетов функции  $y = \sin x$  является табличный метод. Перекодировочная таблица (Look Up Table) чаще всего размещается в ПЗУ. Код, который подается на адресные входы ПЗУ, является аргументом функции  $y = \sin x$ , а выходной код ПЗУ равен значению функции  $\sin x$  для данного аргумента. Аргумент функции  $y = \sin x$ , или фаза, в отличие от значения функции меняется во времени линейно. Сформировать линейно меняющуюся во времени последовательность гораздо проще, это можно сделать с помощью простейшего двоичного счетчика. Поэтому простейший DDS работает следующим образом: двоичный счетчик формирует адрес для ПЗУ, по которому записана таблица одного периода функции  $\sin x$ , отсчеты с выхода ПЗУ поступают на ЦАП, который формирует на выходе синусоидальный сигнал, подвергающийся фильтрации в ФНЧ и поступающий на выход. Для перестройки выходной частоты используется делитель частоты с переменным коэффициентом деления, на вход которого поступает тактовый сигнал с опорного генератора. Схема простейшего прямого цифрового синтезатора показана на рис. 7. Такая структура DDS имеет очевидные недостатки. Основным недостатком этой структуры является неудовлетворительная способность к перестройке по частоте. Действительно, поскольку тактовая частота испытывает деление на целое число, шаг перестройки будет переменным, причем чем меньше коэффициент деления, тем больше относительная величина шага. Этот шаг будет недопустимо грубым при малых коэффициентах деления. При перестройке выходной частоты меняется также и частота дискретизации. Это затрудняет фильтрацию выходного сигнала, а также ведет к неоптимальному использованию скоростных характеристик ЦАП, так как полностью они используются только на максимальной выходной частоте.

Отмеченные недостатки можно устранить в результате введения одного изменения: достаточно адресный счетчик ПЗУ заменить другим цифровым устройством, которое называется *накапливающим сумматором*. Накапливающий сумматор представляет собой регистр, который в каждом такте работы устройства перезагружается величиной, равной старому содержимому, складывающемуся с некоторой постоянной добавкой, как это показано на рис. 8. При этом содержимое регистра, как и показания счетчика, линейно увеличивается во времени, только теперь приращение не всегда является единичным, а зависит от величины постоянной добавки. Когда накапливающий сумматор используется для формирования кода фазы, его еще называют *аккумулятором фазы*. Выходной код аккумулятора фазы представляет собой код мгновенной фазы выходного сигнала. Постоянная добавка, которая используется при работе аккумулятора фазы, представляет собой приращение

фазы за один такт работы устройства. Чем быстрее изменяется фаза во времени, тем больше частота генерируемого сигнала. Поэтому значение приращения фазы фактически является кодом выходной частоты.

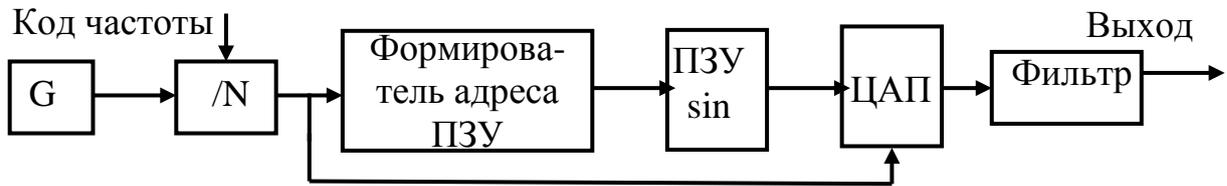


Рис. 7. Простейший прямой цифровой синтезатор частоты

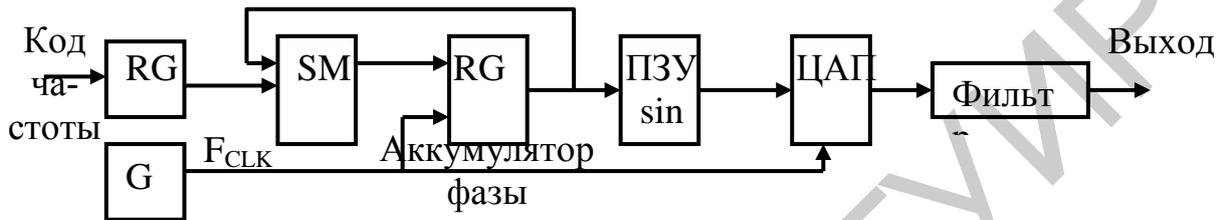
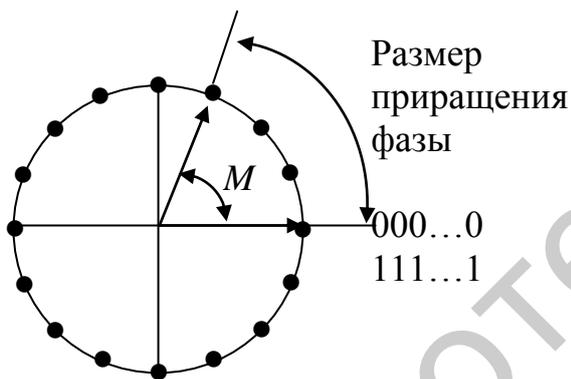


Рис. 8. Прямой цифровой синтезатор на основе накапливаемого сумматора



$N$	Число точек
8	256
12	4096
16	65535
20	1048576
24	16777216
28	258435456
32	4294967296
40	28147496710656

Рис. 9. Циклическое вычисление изменения фазы

Действительно, если приращение фазы равно единице, то поведение накапливающего сумматора ничем не отличается от поведения обычного счетчика. Но если приращение фазы будет равно, например, двум, то код фазы будет изменяться вдвое быстрее. При этом на ЦАП будут поступать коды с той же частотой, но они будут представлять собой не соседние отсчеты функции  $\sin x$ , а отсчеты, взятые через один. Частота генерируемого сигнала при этом будет вдвое большей, а частота дискретизации останется прежней.

Аккумулятор фазы работает с периодическими переполнениями, обеспечивая арифметику по модулю  $2^N$ . Такое периодическое переполнение соответствует периодическому поведению функции  $\sin x$  с периодом  $2\pi$ . Иными словами, частота переполнений аккумулятора фазы равна частоте выходного

сигнала. Эта частота определяется формулой

$$F_{OUT} = M \cdot F_{CLK} / 2^N,$$

где  $F_{OUT}$  – выходная частота,  $F_{CLK}$  – тактовая частота,  $M$  – код частоты,  $N$  – разрядность аккумулятора фазы.

Графически это можно представить так, как показано на рис. 9.

Здесь  $N=4$ , а следовательно, весь фазовый круг можно разбить на 16 отрезков, каждому из которых соответствует свое дискретное значение (от 0000 до 1111). Так как в зависимости от частоты к содержимому сумматора добавляется число  $M$ , причем для самой низкой частоты  $M$  будет минимальным, а для самой высокой – максимальным. Очевидно, что число точек, участвующих в построении сигнала для более низкой частоты, будет больше, чем для более высокой частоты. Из этого также следует, что нужно выбирать  $M$  такое, чтобы для самой высокой частоты можно было получить хотя бы несколько точек. Этого можно достичь путем выбора опорного генератора с тактовой частотой, в несколько раз больше максимальной.

Как видим, тактовая частота испытывает деление на некоторое число, которое определяется кодом частоты и разрядностью аккумулятора фазы. При этом шаг перестройки частоты не зависит от ее значения и равен  $\Delta F_{OUT} = F_{CLK}/2^N$ . Из этого соотношения следует еще одно свойство синтезатора частоты на основе накапливающего сумматора, заключающееся в том, что если увеличить разрядность  $N$ , то уменьшится шаг перестройки частоты. При этом нет особых ограничений. Например, если разрядность накапливающего сумматора составляет 32 бита, а тактовая частота равна 50 МГц, то частотное разрешение составит порядка 0,01 Гц. Увеличение разрядности аккумулятора фазы не требует обязательного увеличения разрядности адреса ПЗУ. Для адресации можно использовать лишь необходимое количество старших разрядов кода фазы.

Для уменьшения объема ПЗУ можно использовать свойства симметрии функции  $y = \sin x$ . В большинстве DDS в ПЗУ содержится только  $1/4$  периода. Правда, при этом немного усложняется логика формирования адреса.

Таким образом, в DDS аккумулятор фазы формирует последовательность кодов мгновенной фазы сигнала, которая изменяется линейно, что демонстрируется на рис. 10. Скорость изменения фазы задается кодом частоты. Далее с помощью ПЗУ линейно изменяющаяся фаза преобразуется в изменяющиеся по синусоидальному закону отсчеты выходного сигнала. Эти отсчеты поступают на ЦАП, на выходе которого формируется синусоидальный сигнал, состоящий из ступенек. Эти ступеньки фильтруются с помощью аналогового фильтра низких частот, на выходе которого получается синусоидальный сигнал.

Выходной синусоидальный сигнал восстанавливается из отдельных отсчетов. Целое число отсчетов на период укладывается лишь в частном случае. В большинстве случаев это не так, и на каждом новом периоде сигнала отсчеты лежат в новых местах. Конечно, картина повторяется, но период повторения может быть самым разным, так как он зависит от кода частоты, разрядности аккумулятора фазы и от разрядности используемого кода фазы. В любом случае с равным успехом из последовательности отсчетов будет восстановлен сигнал синусоидальной формы (рис. 10).

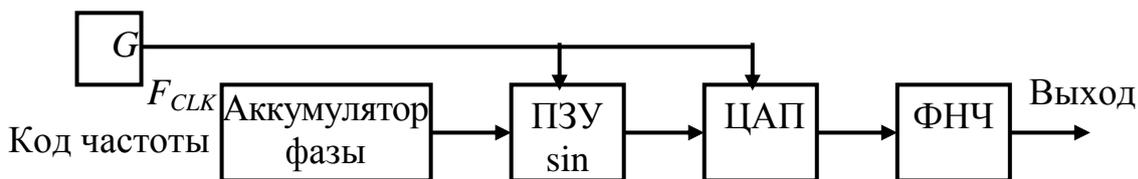


Рис. 10. Пояснение работы синтезатора DDS

Рассмотренная структура синтезатора частоты применяется во всех современных DDS. Объединение в одном чипе быстродействующего ЦАП и собственно DDS, представляющее собой так называемый полный DDS (complete DDS), позволило получить заманчивую альтернативу обычным синтезаторам на основе PLL. Синтезаторы DDS, не имеющие встроенного ЦАП, иногда называют Numerically Controlled Oscillator (NCO), несмотря на то что DDS не содержит никаких генераторов.

Кроме интегрированного ЦАП DDS могут иметь некоторые дополнительные цифровые блоки, выполняющие над сигналом различные дополнительные операции. Эти блоки обеспечивают большую функциональность DDS и улучшенные пользовательские характеристики. К таким блокам относятся:

- встроенный умножитель опорной частоты;
- дополнительный цифровой сумматор для суммирования фазы;
- инверсный sinc фильтр для компенсации неравномерности АЧХ;
- дополнительный цифровой умножитель для амплитудной модуляции;
- дополнительный ЦАП для получения квадратурных сигналов I и Q;
- дополнительный компаратор с низким джиттером для получения цифрового тактового сигнала;
- дополнительные регистры частоты и фазы, которые могут быть заранее запрограммированы для осуществления высокоскоростной модуляции.

### 1.7. Применение синтезаторов DDS в системах с фазовой и частотной манипуляцией

Бинарная частотная манипуляция со сдвигом частоты (Frequency Shift Keying, FSK) является одним из простейших способов кодирования данных, которые передаются за счет переключения несущей частоты между двумя различными частотами. При этом одна частота  $f_1$  соответствует логической единице, а другая частота  $f_0$  – логическому нулю. Такой алгоритм кодирования легко реализуется с помощью синтезатора DDS. Для этого устанавливают двоичное число, определяющее частоту сигнала  $f_0$  или  $f_1$ , соответствующую нулю или единице передаваемого кода. При этом задаются также соответствующие значения частот. Например, в схеме AD9834 пользователю доступны два регистра программирования частоты, что облегчает получение сигнала FSK. В этой микросхеме имеется специальный вход, на который можно подавать модулирующий сигнал и выбирать одно из двух значений частоты, т. е. один из двух регистров частоты. Структурная схема, представленная на рис. 11, иллюстрирует процесс получения сигнала с FSK с помощью синтезатора с DDS.

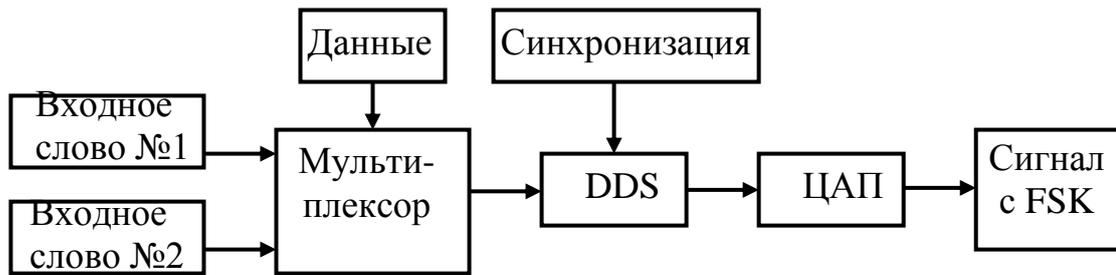


Рис. 11. Генератор сигнала с FSK на основе синтезатора DDS

Еще более простым способом кодирования с помощью синтезатора с DDS является кодирование со сдвигом фазы. При фазовой манипуляции (Phase Shift Keying, PSK) частота несущей остается постоянной, а фаза передаваемого сигнала меняется в соответствии с передаваемым кодом. Из разновидностей фазовой манипуляции наиболее простой является бинарная импульсно-кодовая манипуляция (Binary Phase Shift Keying, BPSK), так как в ней используются только два значения фазы сигнала:  $0^0$  и  $180^0$ .

Кодирование PSK легко реализовать с помощью микросхемы-синтезатора DDS. Значительная часть таких микросхем имеют отдельный регистр фазы, в который можно вносить величину фазы, которая добавляется к фазе несущей частоты без изменения значения несущей частоты. Изменения значения регистра фазы приводят к изменению фазы несущей частоты, в результате чего получается сигнал с манипуляцией PSK.

Для тех случаев, где требуется манипуляция с высокой скоростью, можно указать микросхему AD9834, в которой предусмотрены регистры, в которые можно заранее записать величину фазы сигнала, а затем выбрать одно из двух значений фазы с помощью специального входа PSELECT, в результате чего получается требуемый сигнал с фазовой манипуляцией.

Более сложные виды манипуляции PSK подразумевают 4 или 8 различных значений фазы. При этом скорость передачи данных гораздо выше, чем при простейшей манипуляции BPSK. В микросхемах AD9830, AD9831, AD9832 и AD9835 есть четыре регистра, позволяющих реализовать сложные схемы манипуляции за счет выбора одного из четырех значений сдвига фазы.

### 1.8. Применение синтезаторов DDS в системах с квадратурной манипуляцией

Синтезаторы DDS можно эффективно использовать в системах с квадратурной манипуляцией путем использования двух таких синтезаторов, работающих от одного источника тактирования, для получения двух выходных сигналов, соответствующих *I*- и *Q*-каналам.

Сигнал сброса должен подаваться на соответствующие входы микросхем после включения питания и до подачи данных на входы синтезаторов DDS. Этот сигнал установит синтезаторы DDS в исходное состояние с известной

начальной фазой, что позволит синхронизировать несколько синтезаторов DDS. Когда микросхемы одновременно загружаются новыми данными, обеспечивается когерентность фаз выходных сигналов, так как соотношения фаз устанавливаются с помощью регистров сдвига фаз. Микросхемы AD9833 и AD9834 снабжены 12-разрядными регистрами фазы, эффективная разрешающая способность которых составляет 0,1. Более подробно синхронизация нескольких синтезаторов DDS описана в руководстве AN-605.

Заметим также, что для каждой микросхемы-синтезатора DDS, выпускаемой фирмой Analog Devices, выпускается также соответствующая оценочная плата (Evaluation Board). К оценочным платам прилагается программное обеспечение, позволяющее инженеру ознакомиться с работой платы в течение нескольких минут после получения комплекта. К плате прилагается также техническое описание, содержащее схему и рекомендации по проектированию устройства и разводке платы.

### 1.9. Исходные частоты

В идеальном случае исходные частоты синтезатора должны представлять собой источники стабильных, прежде всего – по частоте, колебаний, которые были бы независимы от любых воздействий. Трудно добиться выходной частоты частотного синтезатора, обладающей более высокими характеристиками, чем характеристики исходного колебания, которые определяются используемыми резонаторами.

Рассмотрим наиболее часто применяющиеся резонаторы для создания генераторов исходных частот частотного синтезатора.

Исходные частоты можно генерировать, используя резонаторы, технологии которых включают:

- четвертьволновые резонаторы –  $\lambda/4$ -отрезки передающей линии без потерь;
- резонаторы, использующие титанат бария, имеют добротность порядка  $Q = 20000$ ;
- кварцевые резонаторы имеют меньший пьезоэлектрический эффект, чем у титаната бария, но характеризуются исключительно высокой механической и электрической стабильностью, обеспечивая в то же время добротность созданных на их основе колебательных контуров  $Q = 10^4 \dots 10^6$ ;
- резонаторы на поверхностных акустических волнах устраняют нелинейные эффекты объемных акустических волн, но используют более дорогой материал ( $\text{LiNbO}_3$ ) для своего изготовления.

### 1.10. Смесители для перемещения исходной частоты по диапазону

Смесители требуют для своей реализации нелинейных или параметрических элементов, чтобы обеспечить перенос исходной частоты по диапазону. Различают следующие типы смесителей:

- основанные на перемножении сигналов двух частот, формируют на выходе одну из двух частот, соответствующих сумме или разности частот перемножаемых сигналов;

- основанные на модуляции, формируют на выходе не только сумму и разность двух входных частот, но и ряд других частот.

Особенности работы смесителей характеризуются его структурной схемой, показанной на рис. 12, и сводятся к следующему:

- низкочастотный фильтр используется для получения разностной частоты, а высокочастотный – для получения суммарной частоты;

- усиление, реализуемое смесителем, равно половине произведения амплитуд исходных сигналов;

- из-за различий в величинах входных частот смеситель трудно анализировать в математическом отношении;

- сигналы, поступающие в смеситель, необязательно должны быть синусоидальной формы.

### 1.11. Технология частотного синтеза

По технологии осуществления частотный синтез можно разделить на:

- некогерентный синтез, когда несколько исходных частот используются для получения многих частот на выходе частотного синтезатора;

- когерентный синтез, когда одна исходная частота используется для получения многих выходных частот частотного синтезатора.

При этом различают:

смеситель

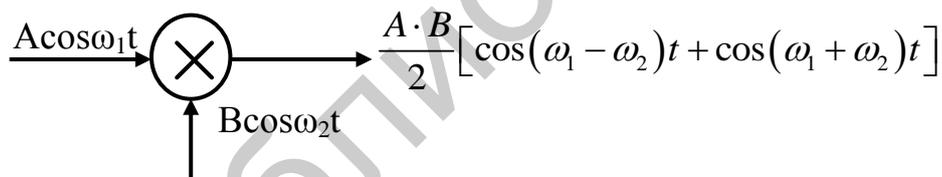


Рис. 12. Структурная схема смесителя

- когерентный прямой синтез, который также называется *арифметическим методом*, когда частотный смеситель, частотный делитель и частотный перемножитель используются для получения многих частот на выходе частотного синтезатора;

- когерентный прямой цифровой синтез, когда цифровой аккумулятор, представляющий собой память только для чтения, и цифроаналоговый преобразователь используются для генерирования дискретного во времени сигнала, по форме, приближающегося к синусоидальной;

- когерентный непрямой синтез, когда управляемые напряжением генераторы, смесители, цепи обратной связи, частотные перемножители и частотные делители генерируют на выходе сигналы, что имеют определенные соотношения с величинами исходных частот.

## 2. Описание лабораторной установки

Кроме макета лабораторной установки в состав лабораторной работы входят осциллограф и частотомер. Макет представляет собой прямоугольную приставку размером 300x170x150 мм, в нижней правой части макета расположен выключатель, подающий питание на схему. В верхней части расположены переключатели, задающие код частоты. Центральная часть снабжена десятью парами разъемов, соединенных с основными узлами схемы.

При проведении лабораторных испытаний студенты должны знакомиться с основными узлами синтезатора частоты. Подключение к макету осуществляется при помощи измерительного кабеля, имеющего разъемы типа штекер.

Изменяя положение переключателей кода, можно изменять значение кода частоты. Максимальное устанавливаемое значение равно 200000.

## 3. Порядок выполнения работы

1. Включить питание макета и приборов.
2. Соединить вход осциллографа с разъемом  $X1$ , на который выведен сигнал тактовой частоты синтезатора. Наблюдать форму сигнала и измерить его частоту.
3. Соединить вход осциллографа с разъемом  $X2$ . Наблюдать форму сигнала и измерить его частоту.
4. При помощи переключателей  $S1 \dots S6$  установить частоту  $M=100000$ .
5. Соединить вход осциллографа с разъемом  $X1 \dots X10$ .
6. Зарисовать полученные осциллограммы.
7. Вычислить значение синтезируемой частоты по формуле
$$F_{OUT} = M * F_{CLK} / 2^N,$$
где  $F_{OUT}$  – выходная частота,  $F_{CLK}$  – тактовая частота (разъем  $X2$ ),  $M$  – код частоты,  $N$  – разрядность аккумулятора фазы ( $N = 20$ ).
8. Соединить вход осциллографа с разъемом  $X10$ . Наблюдать форму сигнала и измерить его частоту.
9. Сравнить измеренную частоту с расчетной.
10. Объяснить полученные результаты.
11. При помощи переключателей  $S1 \dots S6$  установить  $M=0001000$ .
12. Повторить эксперимент по пп. 5...9.
13. Дать объяснение полученным результатам.
14. Выполнить аналогичные измерения для ряда других частот, указанных преподавателем.

## 4. Контрольные вопросы

1. Что означает термин «синтезатор частоты»?
2. Какие виды синтеза частот используются в синтезаторах частоты?
3. Назовите основные преимущества и недостатки DDS-синтезатора.

4. Какие узлы входят в состав DSS-синтезатора?
5. Что представляет собой аккумулятор фазы?
6. Что такое разрядность аккумулятора фазы?
7. Как графически можно представить разрядность аккумулятора фазы?
8. От чего зависит шаг перестройки по частоте?
9. С какой целью осуществляется усечение кода фазы?
10. Что такое ошибка квантования?
11. Как влияет разрядность ЦАП на величину ошибки квантования?
12. Какие типы ФНЧ применяются в DDS-синтезаторах и почему?

Библиотека БГУИР

## Лабораторная работа №13

# ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ С РАСШИРЕННЫМ СПЕКТРОМ ПРЯМОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ

### 1. Краткие теоретические сведения

#### 1.1. Основные свойства сигналов с расширенным спектром

Основная идея применения сигналов с расширенным спектром заключается в том, чтобы вместо узкополосных сигналов, выделенных для каждого пользователя в ограниченном участке спектра, использовать сигналы с расширенным спектром, занимающим весь выделенный для связи участок спектра, но при этом значительное количество пользователей может одновременно использовать эту расширенную полосу частот.

В результате возможное количество пользователей в выделенной полосе частот возрастает по сравнению с методом разбиения выделенной полосы частот на отдельные радиоканалы.

Сигналы с расширенным спектром обладают двумя характерными признаками:

- полоса частот передаваемого сигнала  $s(t)$  существенно больше, чем полоса частот модулирующего цифрового сигнала  $w(t)$ ;

- расширение полосы частот передаваемого сигнала производится независимо от передаваемой информации расширяющим сигналом (расширяющей цифровой последовательностью), персонально назначаемой каждому пользователю и заранее известной как в приемнике, так и в передатчике.

При модуляции сигнала с расширенным спектром создается сигнал со спектром, значительно превышающем ширину спектра исходного сигнала. Существует много методов формирования сигнала с расширенным спектром. Рассмотрим некоторые самые общие технологии расширения спектра, такие, как метод прямой последовательности (Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS), расширение спектра скачками частоты (Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS), расширение спектра временными перескоками (Time Hop Spread Spectrum, THSS), расширение спектра множеством несущих частот (Multi Carrier Spread Spectrum, MCSS). Конечно, можно создавать технологии формирования гибридного вида, которые будут иметь свои преимущества и недостатки.

В цифровой радиосвязи используется величина отношения  $E_b / N_0$ , представляющая собой отношение энергии, приходящейся на один бит информации, к спектральной плотности шума  $N_0$ . Величина  $E_b = ST$ , где  $S$  – средняя мощность сигнала, а  $T$  – длительность сигнала. Битовая скорость передачи информации  $R = 1/T$ . Тогда можно записать  $E_b = S/R$  и величину отношения  $E_b / N_0$  можно записать иначе  $E_b / N_0 = S/RN_0$ , а если учесть, что  $N_0 = P/W$ , где  $N_0$  – мощность шума  $P$  в полосе частот шириной  $W$ . Тогда для  $E_b / N_0$  можно записать новое выражение, а именно  $E_b / N_0 = SW/PR$ . Это соотношение можно рассматривать как

произведение отношений энергии сигнала  $S$  к мощности шума  $P$  и переданной полосы частот  $W$  к битовой скорости  $R$ . Отношение  $W/R$  часто называют усилением обработки системы.

Записанные соотношения позволяют приближенно оценить емкость радиоканалов в обратном направлении системы, работающей с расширением спектра. Допустим, что система реализует полный контроль мощности, что означает, что переданная мощность сигналов всех мобильных пользователей контролируется так, что приемник базовой станции принимает мощность сигналов всех мобильных станций на одном и том же уровне. Основываясь на принятых допущениях, отношение сигнал/шум для одного пользователя можно записать в виде  $S/P=1/(M-1)$ , где  $M$  – общее число пользователей, так как общая мощность в данной полосе частот равна сумме мощностей сигналов отдельных пользователей. Тогда отношение  $E_b/N_0$  можно переписать следующим образом:  $E_b/N_0 = (W/R)/(M-1)$ , откуда  $M-1 = (W/R)/(E_b/N_0)$ . Так как  $M \gg 1$ , то  $M \approx (W/R)/(E_b/N_0)$ .

## 1.2. Технологии расширения спектра

Технология расширения спектра возникла в результате военных потребностей и находит все более широкое применение в обстановке враждебных проявлений. Рассмотрим преимущества расширения спектра в присутствии гауссовских искажений, называемых джаммером (jammer), т. е. передачу битового потока  $\{b_k\}_{k=-\infty}^{\infty}$  ( $b_k = \pm 1$ ) по каналу передачи с AGWN шумом. Будем использовать BPSK технологию с несущей частотой  $\omega_c$ . Канал также может разрушаться намеренными (intentional) искажениями. Принятый сигнал  $r(t)$  вместе с комплексной огибающей можно представить выражением

$$r(t) = s(t) + j(t) + n(t), \quad (1)$$

где

$$s(t) = \sqrt{\frac{2PT}{T_c}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k p_{T_c}(t - kT - \Delta) \quad (2)$$

переданный сигнал;  $n(t)$  – AGWN шум со спектральной плотностью мощности  $\Phi_n(\omega) = N_0$ ,  $j(t)$  – сигнал искажений;  $T$  – длительность символа;  $T_c$  – ширина импульса символа, называемого чипом;  $\Delta$  – переменная с равномерным распределением вероятностей в области  $[0, T)$ ;  $P$  – усредненная переданная мощность. Спектр переданного сигнала можно оценить выражением

$$\Phi_s(\omega) = PT_c \frac{\sin^2(\omega T_c / 2)}{(\omega T_c / 2)^2}, \quad (3)$$

если осуществляется моделирование несущей частоты битами, как случайными переменными. Исследуя спектр переданного сигнала, разумно рассматривать всю мощность сигнала джаммера  $P_j$  в полосе, совпадающей с шириной главного лепестка спектра сигнала, т. е. от  $-2\pi/T_c$  до  $2\pi/T_c$  рад/с. Для простоты допустим, что  $j(t)$  – это гауссовский случайный процесс с нулевым средним значе-

нием и мощностью  $\Phi_j(\omega)=P_jT_c$  в интервале  $|\omega|<2\pi/T_c$  и  $\Phi_j(\omega)=0$  вне этого интервала. Кроме того,  $n(t)$  и  $j(t)$  – независимы.

В качестве приемника сигнала используем приемник с согласованным фильтром, структурная схема которого показана на рис. 1, и дискретизированный выход которого соответствует  $k$ -му символу и имеет вид

$$r_k=s_k+j_k+n_k, \quad (4)$$

где

$$s_k=\int_{-\infty}^{\infty}s(\tau)p_{T_c}(\tau-kT-\Delta)d\tau=\int_{kT+\Delta}^{kT+\Delta T_c}s(\tau)d\tau=\sqrt{2PTT_c}b_k. \quad (5)$$

Видим, что вероятность ошибки не зависит от  $\Delta$ . Следовательно, безусловная вероятность ошибки – та же, что и условная вероятность. Примем

$$n_k=\int_{-\infty}^{\infty}n(\tau)p_{T_c}(\tau-kT-\Delta)d\tau, \quad (6)$$

$$j_k=\int_{-\infty}^{\infty}j(\tau)p_{T_c}(\tau-kT-\Delta)d\tau. \quad (7)$$

Из принятых выше допущений понятно, что  $j_k$  и  $n_k$  не зависят от гауссовского случайного процесса. Надо определить их дисперсию. Дисперсия  $n_k$

$$\sigma_{n_k}^2=0,5E[n_k^*n_k]=N_0T_c. \quad (8)$$

Для  $j_k$  заметим, что его дисперсия равна значению автокорреляционной функции компоненты согласованного фильтра  $j(t)$  при  $t=0$ . Используя соответствие между автокорреляционной функцией и спектральной плотностью мощности, получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{j_k}^2 &= 0,5M[j_k^*j_k]=\frac{1}{2}\int_{T_c}^{T_c}\frac{\sin^2(\omega T_c/2)}{\omega T_c/2}\Phi_j(\omega)d\omega= \\ &= \frac{P_jT_c^2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\sin^2\omega}{\omega^2}d\omega=0,9028P_jT_c^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Теперь можно рассчитать символьную (битовую) вероятность ошибки системы связи, описанной выше. По симметрии известно, что средняя символьная вероятность ошибки равна условной символьной вероятности того, что, скажем,  $b_k=1$ . При условии, что  $b_k=1$ , статистика решения  $Re[r_k]$  – это гауссовская случайная переменная со средним  $\sqrt{2PTT_c}$  и дисперсией  $\sigma_{j_k}^2+\sigma_{n_k}^2$ . Поэтому вероятность символьной ошибки равна

$$P_s=Q\left(\sqrt{\frac{2PTT_c}{\sigma_{j_k}^2+\sigma_{n_k}^2}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{2PT/N_0}{1+0,9028P_jT_c/N_0}}\right). \quad (10)$$

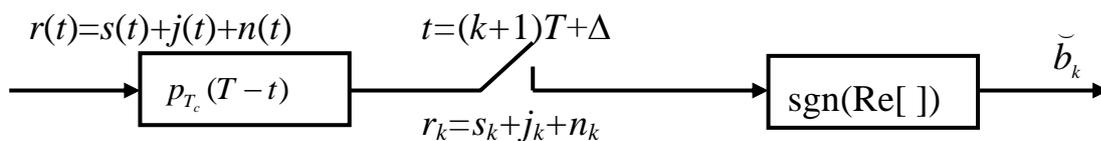


Рис. 1. Приемник с согласованным фильтром для BPSK данных с джаммером

В случае приема сигналов с BPSK приемник сравнивает выход  $Y$  согласованного фильтра с нулевым пороговым уровнем. Если  $Y > 0$ , приемник принимает решение, что передан сигнал  $s(t) = s_0(t)$ , в другом случае – что передан сигнал  $s_1(t) = -s_0(t)$ . Отсчет шума  $Y_n$  – это случайный гауссовский процесс с нулевым средним значением  $\varepsilon$  и дисперсией

$$\sigma_{Y_n}^2 = \frac{N_0}{2} \int s^2(t) dt = \frac{\varepsilon N_0}{2}.$$

Принимаем, что послан сигнал  $s_0(t)$ , тогда  $Y$  – это гауссовская случайная переменная со средним значением  $\varepsilon$  и дисперсией  $\sigma_{Y_n}^2$ . По правилу решения приемник делает ошибку, когда  $Y \leq 0$ . Следовательно,

$$P_{s|0} = \Pr(Y \leq 0) | s_0(t) - \text{передан} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y_n}} \int_{-\infty}^0 \exp\left[-\frac{(x - \varepsilon)^2}{2\sigma_{Y_n}^2}\right] dx =$$

$$Q(\varepsilon / \sigma_{Y_n}) = Q(\sqrt{SNR}) = Q(\sqrt{2\varepsilon / N_0}), \quad (11)$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^0 \exp(-u^2 / 2) du. \quad (12)$$

С той же аргументацией можно показать, что  $P_{s|1} = P_{s|0} = Q(\sqrt{2\varepsilon / N_0})$ . Поэтому  $P_s = Q(\sqrt{2\varepsilon / N_0})$ .

Сравнив (10) и (11), получаем потери в  $SNR$ , определяемые выражением  $1 + 0,9028 P_j T_c / N_0$  относительно случая, когда джаммера в системе нет.

Есть два пути уменьшения потерь в  $SNR$ . Для канала с ограниченной полосой можно увеличить мощность  $P$  переданного сигнала. Если увеличение мощности является превалирующей вынужденной мерой, то можно уменьшить длительность импульса  $T_c$ . Это соответствует расширению спектра переданного сигнала. В военных приложениях нужно принимать меры, чтобы враг не мог перехватывать или детектировать наши передачи. Чем выше передаваемая мощность, тем больше возможностей для ее перехвата. Поэтому обычно обращаются к расширению спектра излучаемых импульсов вместо повышения мощности передатчика. Это причина, по которой расширенный спектр первоначально рассматривался для использования в военных приложениях.

В зависимости от невосприимчивости джаммера рассмотренный метод расширения спектра далек от совершенства, просто уменьшение  $T_c$  эффективно только для непрерывного гауссовского джаммера, который исследовался выше. Так как непрерывный гауссовский джаммер распределяет свою мощность на всю длительность излучаемого символа для малых  $T_c$ , то приходится интегрировать только малую часть длительности символа и, следовательно, захватывать малую часть энергии джаммера. Однако из-за периодичности передаваемых сигналов врагу облегчается задача определения момента начала передачи сигналов нашим передатчиком. Поэтому враг может включить импульсный пе-

редатчик сразу после начала передачи нашей станцией, разрушая наши передачи без увеличения средней мощности джаммера.

Уменьшение  $T_c$  не помогает в борьбе с импульсным джаммером. Чтобы заблокировать импульсы джаммера, нужно рандомизировать время передачи импульсов внутри длительности символа, чтобы сделать детектирование времени передачи наших сигналов трудным для врага. Без знания времени передачи символов импульсный джаммер теряет свою эффективность.

Таким образом, мы заставляем врага расширять мощность джаммера и по времени и по частоте. В результате снова возвращаемся к непрерывному гауссовскому джаммеру, расширяя спектр излучаемых символов, т. е. переходим к технологии, которая использует модуляцию положением импульсов и поэтому называется временным перескоком (time hopping). Это значит, что время передачи не может быть действительно случайным. Вместо этого используется псевдослучайная последовательность времен передачи, которая предварительно назначается и передатчику, и приемнику. Такая последовательность называется кодом. Технология расширения спектра располагает рядом псевдослучайных кодов, количество которых с каждым годом увеличивается, но проблема, указанная К. Шенноном еще в 1947 году, все еще далека от своего разрешения.

Технологии расширения спектра могут быть разными, но общим моментом для них является наличие ключа, под которым подразумевается код или последовательность, присоединяемая к сигналу с целью расширения его спектра вплоть до нескольких порядков. Отношение, измеренное в дБ, между расширенной полосой сигнала и ее исходной величиной называется усилением обработки (processing gain) и составляет величину, изменяющуюся от 10 до 60 дБ.

Технология модуляционного расширения спектра сигнала отличается точками включения ключевой последовательности в систему с расширением спектра.

Выбор ключевой последовательности нетривиален. Чтобы гарантировать эффективное расширение спектра, ключевая последовательность должна удовлетворять определенным требованиям, таким, как длина, свойства автокорреляционной функции и функции взаимной корреляции, ортогональности и сбалансированности битов. Наиболее популярные последовательности имеют имена: Баркера,  $m$ -последовательности, Голда, Адамара–Уолша и т. д. Более сложные ключевые последовательности обеспечивают более надежное и эффективное выполнение расширения спектра сигнала, но требуют более сложной аппаратной реализации.

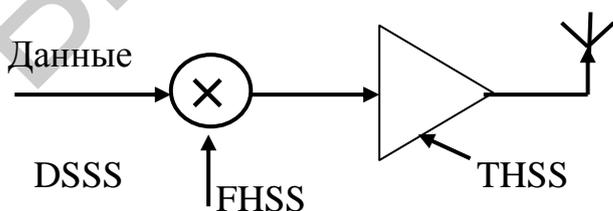


Рис. 2. Технологии расширения спектра, использующиеся на различных ступенях линии передачи

Микросхемы для работы в системах с расширением спектра содержат более миллиона двухвходовых элементов И, переключателей, работающих на частотах до нескольких десятков МГц.

Этот механизм иллюстрируется рис. 2, на котором показаны точки включения ключевой

последовательности для двух вариантов выполнения системы с расширением спектра. Если ключевая последовательность включается на уровне данных, тогда имеем дело с системой, называемой Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS. На практике ключевая последовательность смешивается или перемножается с информационным сигналом.

Приложенные к ступени локального осциллятора коды частотного перескока (Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS) формируют изменения несущей частоты в соответствии с псевдослучайной последовательностью.

Если ключевая последовательность воздействует как переключатель для входного сигнала, то эта техника называется техникой временного перескока (Time Hopping Spread Spectrum, THSS).

Есть также еще техника непрерывного изменения несущей частоты, называемая chirp-техникой, при которой несущая частота сигнала изменяется линейно во времени.

Находят применение различные смешанные варианты, такие как DSSS+FHSS, но наиболее широко используются технологии DSSS, THSS и FHSS.

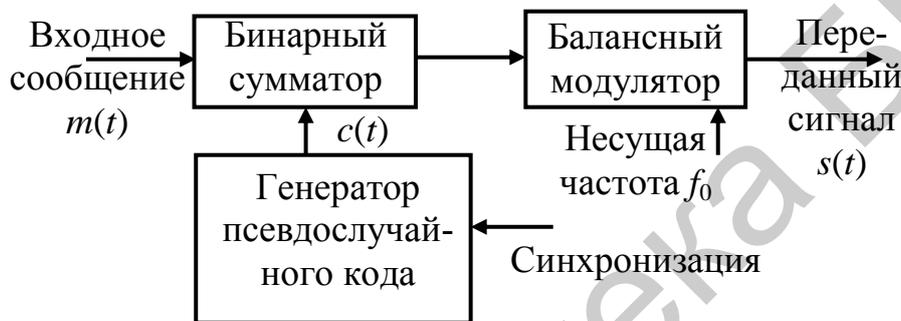


Рис. 3. Передатчик с прямой последовательностью расширения спектра

Системы связи, использующие сигналы с расширенным спектром, широко используются в настоящее время для решения таких задач, как, например, организация многопользовательского доступа, повышения антипомеховой устойчивости работы системы связи, чтобы передача сигнала не могла быть прервана или заблокирована ложной передачей противника. Поэтому важно снижение уровня интерференции распространяющихся в одном канале сигналов, повышение безопасности связи, защита от искажений вследствие

многочувствительности работы системы связи, чтобы передача сигнала не могла быть прервана или заблокирована ложной передачей противника. Поэтому важно снижение уровня интерференции распространяющихся в одном канале сигналов, повышение безопасности связи, защита от искажений вследствие

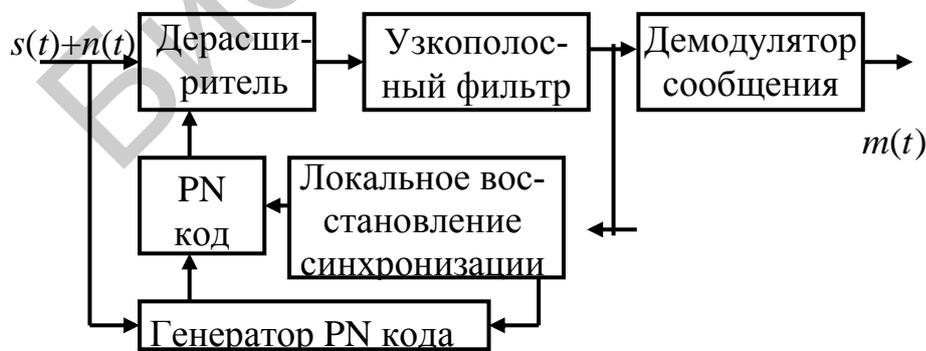


Рис. 4. Приемник с прямой последовательностью расширения спектра

многочувствительности распространения и т. п. Независимо от конкретных приложений все системы связи с сигналом с расширенным спектром удовлетворяют следующим критериям:

- как следует из названия, ширина полосы частот переданного сигнала значительно больше, чем полоса частот сообщения, которое модулирует высокочастотный сигнал;

- ширина полосы частот передачи определяется показателем, не зависящим от ширины полосы частот сообщения;

- спектральная плотность мощности модулированного сигнала обычно имеет очень низкий уровень и, как правило, сравнима с уровнем фона шума и интерференции в месте приема.

В качестве иллюстрации рассмотрим структурную схему передатчика с DSSS, показанную на рис. 3. Длина выбранной последовательности случайных расширяющих кодов  $c(t)$  используется, чтобы расширить (умножить) полосу частот модулирующего сигнала  $m(t)$ . Иногда для решения задачи расширения спектра используется высокоскоростной псевдошумовой код. Каждый бит расширяющего кода называется *чипом*. Длительность чипа  $T_c$  значительно меньше длительности информационного бита  $T$ . Рассмотрим бинарную фазовую манипуляцию (BPSK), с помощью которой модулируется несущая этим сигналом с расширенным спектром. Если  $m(t)$  представляет двоичную информационную битовую последовательность и  $c(t)$  является двоичным кодом, представляющим расширяемую бинарную последовательность, операция расширения спектра сводится к сложению по модулю 2 или к операции исключающее ИЛИ. Например, если модулирующий сигнал  $m(t)$ , имеет скорость 10 Кбит/с и скорость расширяющего кода  $c(t)$  составляет 1 Мбит/с, то расширенный сигнал  $d(t)$  генерируется на скорости 1 мегачип/с. Основная ширина полосы частот до первого нуля сигнала с расширенным спектром теперь составит 1 МГц. Говорят, что ширина полосы частот исходного сигнала была расширена этой операцией в несколько сотен раз. Этот процесс характеризуется коэффициентом, называемым *усилением расширения*, или *усилением процесса* (process gain). Процесс усиления в практических системах выбирается, основываясь на требованиях приложений, в которых он используется.

При модуляции BPSK расширенный сигнал становится равным  $s(t) = d(t) \cdot \cos \omega t$ . Рис. 4 показывает, какие операции по обработке сигнала с расширенным спектром нужно выполнить с целью деразширения его спектра после выполнения операции демодуляции. Отметим, что в приемнике операция деразширения требует выполнения того же самого кода расширения с фазами, не совпадающими с фазами входного сигнала. Модуль синхронизации псевдошумового (pseudo noise, PN) кода детектирует фазу входной кодовой последовательности, смешанную с информационной последовательностью, и выравнивает локально сгенерированную кодовую последовательность подходящим образом. После этой важной операции выравнивания кода (т. е. синхронизации) принятый сигнал подвергается операции деразширения с локально созданной последовательностью кодового расширения. В результате операции деразширения получается узкополосный сигнал, промодулированный только информационными битами. Таким образом, такой демодулятор можно использовать для получения оценок сигнала сообщения.

Перечислим основные преимущества техники расширения спектра:

- снижение интерференции, так как в системах с расширением спектра интерференция, возникающая от взаимодействия сигнала с посторонними источниками, значительно уменьшается в результате усиления процесса;

- низкая восприимчивость к затуханию вследствие многолучевого распространения сигнала по каналу связи, так как система с расширенным спектром из-за разнообразия присущих ей частотных свойств препятствует возникновению искажений сигнала вследствие затухания из-за многолучевого распространения по каналу связи, что особенно полезно для проектирования мобильных систем связи;

- возможность совместного существования многочисленных систем с собственными вариантами псевдослучайных последовательностей, так как многоканальные системы с расширением спектра могут сосуществовать, не мешая работе друг друга;

- устойчивость к воздействию помех, поскольку важной характеристикой системы с расширением спектра является способность противостоять сильной интерференции, иногда генерируемой неприятелем, чтобы блокировать сеанс связи, что является одной из причин использования механизма расширения спектра в военной связи.

### **1.3. Расширение спектра прямой последовательностью в CDMA**

Совершенно различные подходы, реализованные в CDMA, использующей концепцию расширения спектра, не пытаются разделить частотные и временные ресурсы среди всех пользователей. Вместо этого система все ресурсы отдает в полное распоряжение всем активным пользователям.

Метод расширения спектра с помощью прямой последовательности (Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS), используемый в CDMA, перемножает узкополосный сигнал сообщения с сигналом, обладающим широкой полосой частот, который называется расширяющим спектр сигналом. Все пользователи используют одну и ту же несущую частоту и могут передавать на ней информацию одновременно. Каждый пользователь имеет свой собственный сигнал, который приблизительно ортогонален расширяющему сигналу и сигналам всех других пользователей. Приемник этого пользователя использует коррелятор для детектирования сообщения, адресованного этому пользователю. Сигналы других пользователей появляются на входе приемника как некоррелированный шум. Для детектирования сигнала сообщения приемник должен располагать сведениями о расширяющем сигнале, который использовался в передатчике. При этом реализуется некоординированная передача информации, так как ни один пользователь ничего не знает о других пользователях, т. е. работает независимо от других пользователей. Потенциально система CDMA обеспечивает большую емкость радиоканалов, чем FDMA и TDMA системы. Емкость радиоканалов – это мера эффективности спектра беспроводной системы связи. Этот

параметр определяется требуемым отношением сигнал/шум на входе приемника и шириной полосы частот канала  $W$ .

Рассмотрим простой пример, поясняющий принцип DSSS CDMA. Предположим, что два пользователя, пользователь 1 и пользователь 2, находятся на одинаковом расстоянии от базовой станции и передают изображенные на рис. 5, а, б в виде импульсов единичной амплитуды информационные последовательности данных  $\mathbf{u}^1 = u_0^1, u_1^1, u_2^1, u_3^1 = 1, -1, -1, 1$  и  $\mathbf{u}^2 = u_0^2, u_1^2, u_2^2, u_3^2 = -1, 1, -1, -1$  соответственно на базовую станцию. Пользователь 1 представляет последовательность данных  $\mathbf{u}^1$  в сигнале данных  $u^1(t)$  и пользователь 2 представляет свою последовательность данных  $\mathbf{u}^2$  в сигнале данных  $u^2(t)$  таким образом, что действительное число 1 соответствует положительному прямоугольному импульсу единичной амплитуды и длительностью  $T$  и действительное число  $-1$  соответствует отрицательному прямоугольному импульсу тоже единичной амплитуды и длительностью  $T$ . Затем оба пользователя синхронно передают сигналы данных по каналу с множественным доступом со сложением входных сигналов. Так как каждый импульс соответствует передаче одного бита, то скорость передачи  $R=1/T$  бит/с для каждого пользователя и скорость передачи для канала равна в этом случае  $2/T$  бит/с.

В литературе по информатике бинарная последовательность состоит из символов 0 и 1 как символов алфавита  $\{0,1\}$ . В CDMA приложениях более удобно использовать действительные бинарные числа 1 и  $-1$  из алфавита  $\{1,-1\}$ . Представляя  $0 \leftrightarrow 1$ ,  $1 \leftrightarrow -1$ , устанавливают однозначное соответствие между последовательностью бинарных логических символов и последовательностью бинарных действительных чисел.

Если задержка распространения и затухание в канале для обоих сигналов одинаковы, выход суммарного сигнала канала, т.е. входной сигнал приемника базовой станции, представляет собой сумму одинаково ослабленных переданных сигналов. В нашем примере принятый сигнал является ненулевым только на длительности третьего интервала (рис. 5, в).

Приемник базовой станции не может решить, какие импульсы были посланы пользователями в первом, втором и четвертом интервалах, но он может считать, что в третьем интервале оба пользователя послали отрицательные импульсы и потому соответственно  $u_2^1 = -1$ ,  $u_2^2 = -1$ .

Предположим, что вместо посылки сигнала данных  $u^1(t)$  и  $u^2(t)$  непосредственно по каналу с аддитивным множественным доступом пользователи сначала расширили их по спектру, т. е. перемножили их с сигналами расширяющих последовательностей  $a^1(t)$  и  $a^2(t)$  соответственно (рис. 5, г, е). Сигналы  $a^1(t)$  и  $a^2(t)$  – это последовательности положительных и отрицательных прямоугольных импульсов длительностью  $T_c < T$ . В нашем примере  $T_c = T/5$ . Эти импульсы называются чипами и  $T_c$  представляет длительность чипа. Всегда будем считать, отношение  $T/T_c$  является целым числом. Расширенные по спектру сигналы  $u^1(t) a^1(t)$  и  $u^2(t) a^2(t)$  (рис. 5, д, ж) передаются по аддитивному каналу с множественным доступом. Принятый сигнал  $r(t) = u^1(t) a^1(t) + u^2(t) a^2(t)$  представлен на

рис. 5, з. Как мы убедимся скоро, полоса частот сигнала, сформированного последовательностью положительных и отрицательных прямоугольных импульсов длительностью  $T$ , определяется координатой первого нуля основного лепестка спектра прямоугольного импульса, равной  $1/T$ . Поэтому полоса частот сигнала  $u^k(t)$ ,  $k=1, 2$  определяется величиной  $1/T_c$  (рис. 5). Отношение  $T/T_c \approx W/R$ , что характеризует увеличение полосы частот вследствие расширения соответствующих сигналов, называется коэффициентом расширения или усилением обработки.

Приемник базовой станции дерасширяет принятый сигнал  $r(t)$ , т. е. перемножает его с расширяющими последовательностями  $a^1(t)$  и  $a^2(t)$ . Результат дерасширения показан на рис. 5, и, к. Очевидно, что теперь приемник может кардинально решить, какие последовательности были переданы пользователями в каждом из четырех интервалов.

Сигнал расширяющих последовательностей  $a^k(t)$ ,  $k=1, 2$  можно сгенерировать в виде расширяющей последовательности  $\mathbf{a}^k = a_0^k, a_1^k, \dots, a_n^k$ ,  $a_n^k \in \{1, -1\}$ , представленной последовательностью положительных и отрицательных единиц, аналогично последовательностям данных  $\mathbf{u}^k$ ,  $k=1, 2$  в сигнале данных  $u^k(t)$ ,  $k=1, 2$ .

Предположим теперь, что каждый символ  $u_n^k(t)$ ,  $k=1, 2$  последовательности данных  $\mathbf{u}^k$  повторяется  $N$  раз,  $N=T/T_c=W/R$ . В результате получается последовательность  $\mathbf{v}^k = v_0^k, v_1^k, \dots, v_n^k, \dots$ , где  $v_n^k = u_{\lfloor n/N \rfloor}^k$ . Здесь  $\lfloor x \rfloor$  означает наибольшее целое, что меньше или равно  $x$ . Например, на рис. 5 имеем  $N=5$ . Затем перемножим символы последовательности  $\mathbf{v}^k$  с символами последовательности  $\mathbf{a}^k$ . Получим последовательность

$$\mathbf{v}^k * \mathbf{a}^k = v_0^k a_0^k, v_1^k, \dots, v_n^k a_n^k, \dots$$

Если представить символы последовательности  $\mathbf{v}^k * \mathbf{a}^k$  в виде последовательности положительных и отрицательных импульсов, как это делалось прежде, то получим сигнал с расширенным спектром  $u^k(t) a^k(t)$ ,  $k=1, 2$ . Это альтернативный путь расширения спектра. Операции повторения символов  $u_n^k$   $N$  раз можно рассматривать, как кодирование. Код этот называется кодом повторения. Он состоит из двух кодовых слов:  $N$  – длина блока и  $r=1/N$  бит/с – кодовая скорость. В общем случае будут рассматриваться более сложные кодовые конструкции. Очевидно, для прямоугольных импульсов операции представления последовательностей в виде сигналов и перемножения сигнала с последовательностью – это перестановочные операции, но для непрямоугольных импульсов эти операции в общем случае не являются перестановочными. Несколько позже будут рассмотрены оба способа генерирования расширяющих сигналов.

Рис. 5 соответствует синхронной модели передачи, когда принятые сигналы от обоих пользователей поступают на вход приемника базовой станции в одной и той же фазе. Но ситуация не будет значительно отличаться в случае асинхронного приема, показанного на рис. 6, когда принятые сигналы отличаются по фазе. Используя ту же процедуру дерасширения, как в синхронном

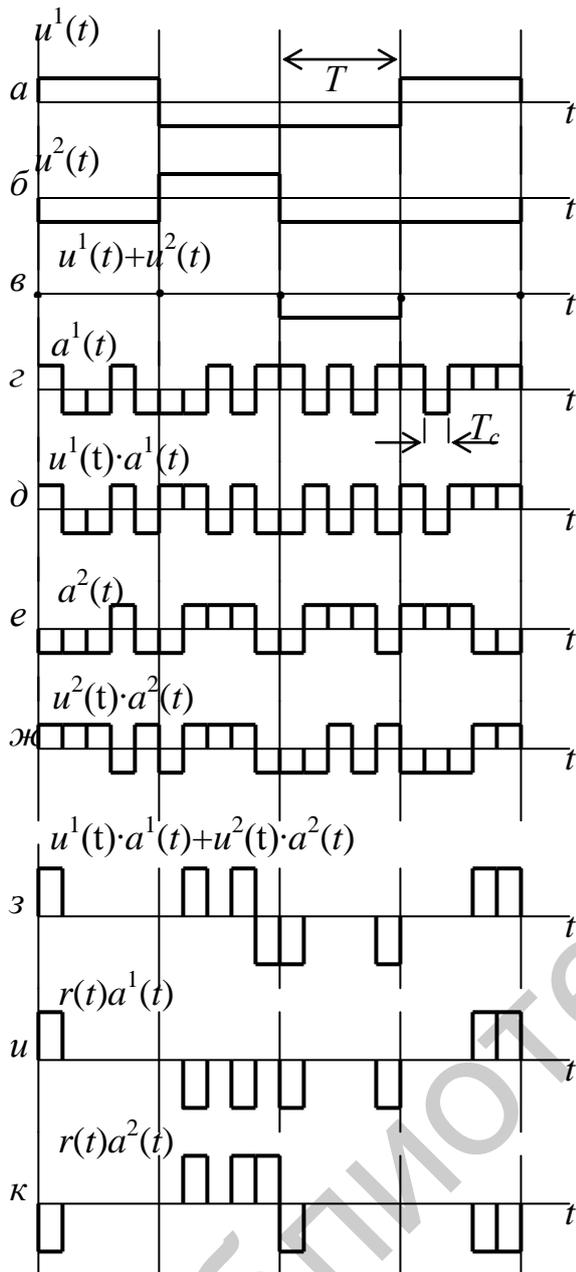


Рис. 5. Передача сигналов по аддитивному каналу связи, синхронный случай

в котором общий шум

$$\xi^k(t) = \sum_{k' \neq k} \sqrt{P^{k'}} u^{k'}(t - \delta^{k'}) a^{k'}(t - \delta^{k'}) + \xi(t)$$

включает интерференцию от  $K-1$  других пользователей и аддитивный шум. Если приемник синхронизирован с  $k$ -м пользователем, т. е.  $\delta^k$  известно, дерасширение сигнала, т. е. перемножение сигнала с расширяющей последовательностью  $a^k(t - \delta^k)$  снижает сложность решения задачи приема в случае кодирования с повторениями, так как позволяет обнаружить известный сигнал в шуме или в случае более сложного кода сводит ее к проблеме декодирования.

случае, приемник сможет даже более точно восстановить обе переданные последовательности  $u^1$  и  $u^2$ . Необходимое условие корректного дерасширения – знание фаз обоих переданных сигналов  $u^1(t) a^1(t)$  и  $u^2(t) a^2(t)$ . Иными словами, хотя передатчики обоих пользователей могут быть несинхронизированными, передатчик и приемник, соответствующие отдельному пользователю, должны быть синхронизированы.

В общем случае имеется не два, а  $K$  одновременно активных пользователей и работают они асинхронно. Реальная модель принятого сигнала должна включать аддитивный белый гауссовский шум (Additive White Gaussian Noise, AWGN)  $\xi(t)$ .

Принятый сигнал можно описать следующим выражением:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sqrt{P^k} u^k(t - \delta^k) a^k(t - \delta^k) + \xi(t),$$

где  $P^k$  – мощность сигнала  $k$ -го пользователя на входе приемника базовой станции и  $\delta^k$  – постоянная временная величина, отражающая задержку распространения сигнала по каналу, которая также характеризует асинхронность между различными пользователями и другие факторы распространения сигнала. Прием информации от  $k$ -го пользователя можно представить принятым сигналом в виде выражения

$$r(t) = \sqrt{P^k} u^k(t - \delta^k) a^k(t - \delta^k) + \xi^k(t),$$

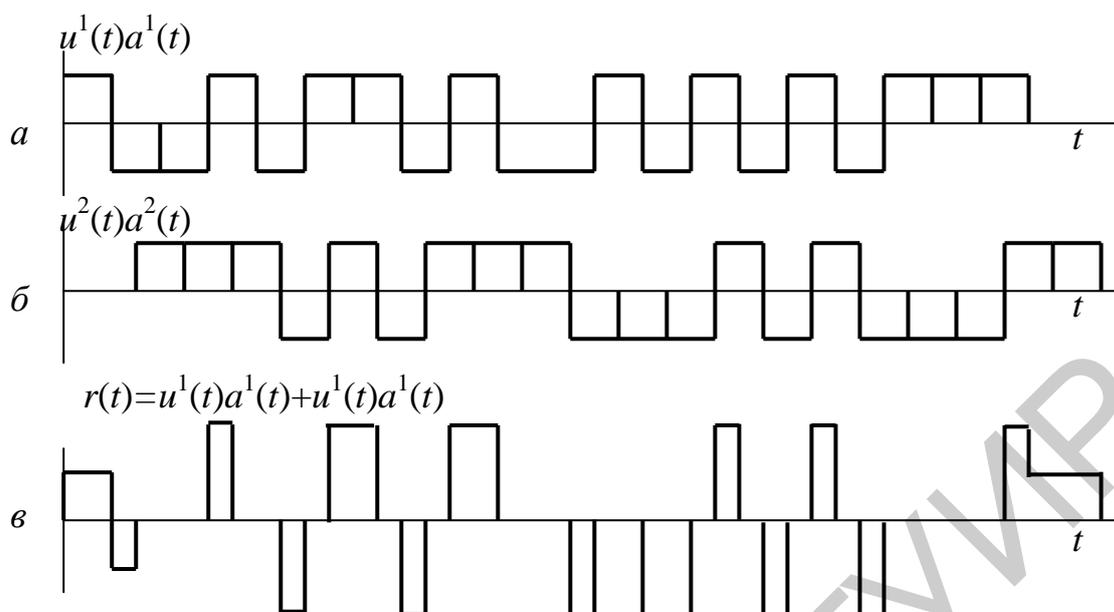


Рис. 6. Передача по аддитивному каналу, асинхронный случай

Отметим, что модель обратного канала, рассматриваемая здесь, – это информационно-теоретическая модель. Модель, которая изучается в теории связи, описывает процессы в передатчике и приемнике, в частности, процессы модуляции и демодуляции в более подробном рассмотрении.

Приемник для бинарной DSSS CDMA схемы может иметь одну или две рабочие структуры: коррелятор и согласованный фильтр. Когда приемник выполняет операции корреляции со всеми возможными дискретизированными сигналами каждого интервала длительностью  $T$ , он сравнивает выходные сигналы коррелятора с пороговым уровнем. В приемнике с согласованным фильтром коррелятор заменяется согласованным фильтром.

Модель обратного канала передачи в системе DSSS CDMA с  $K$  пользователями представлена на рис. 7 и 8. Приемник базовой станции включает  $K$  демодуляторов синхронизированных с модуляторами  $K$  передатчиков. Допуская полную синхронизацию, выход  $k$ -го демодулятора  $k=1, 2, \dots, K$  получается в виде последовательности  $\{v_n^k a_n^k + \xi_n^k\}$ , где  $\xi_n^k$  – вклады других активных пользователей и AWGN. Дерасширение включает операции перемножения с расширяющей последовательностью  $\{a_n^k\}$ . Вход каждого декодера – это последовательность  $\{v_n^k + \xi_n^k a_n^k\}$ , а выход  $k$ -го декодера – декодированная информационная последовательность  $\{\hat{u}_n^k\}$ .

Используя контроль мощности, переключаящий центр может регулировать мощности передаваемых сигналов так, что мощности принятых сигналов будут приблизительно одинаковы. Если контроль мощности завершается, мощность принятого сигнала равна  $P$  независимо от пользователя, т. е.  $P^k = P$ ,  $k=1, 2, \dots, K$ . Каждый приемник базовой станции одноячейковой системы связи принимает композитную форму, состоящую из сигналов санкционированных пользователей мощностью  $P$ , компонент, обусловленный уровнем фона AWGN

$\xi(t)$ , и компонент интерференции от других пользователей мощностью  $P(K - 1)$ . Тогда средняя спектральная плотность мощности одностороннего общего шума оказывается равной

$$I_0 = (K - 1)P/W + N_0,$$

где  $N_0$  – односторонняя спектральная плотность мощности AWGN и  $W$  – полоса частот сигнала.

В дальнейшем будем использовать только двустороннюю спектральную плотность мощности, которая для модулированных сигналов равна половине односторонней спектральной плотности мощности.

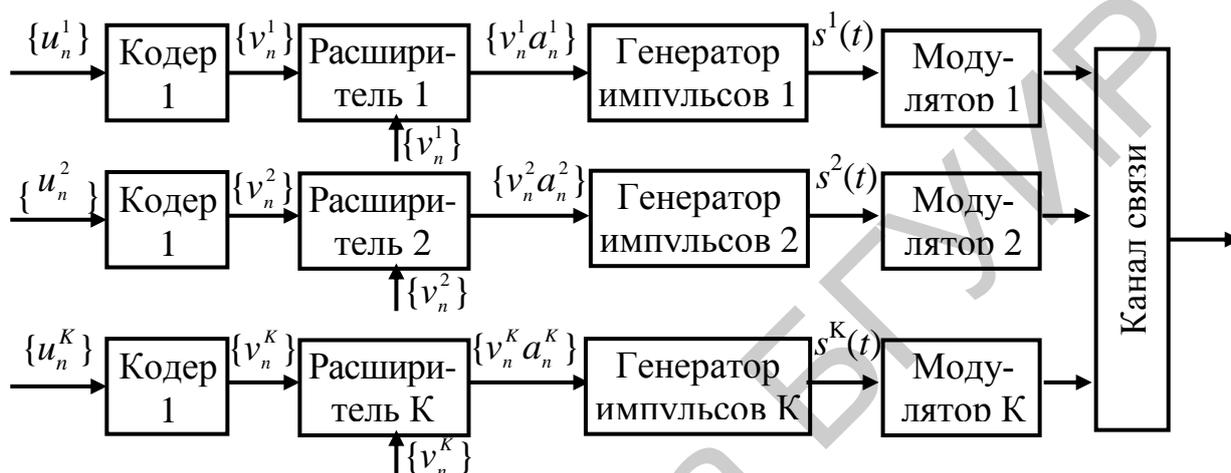


Рис. 7. Модель обратного канала передачи в системе DSSS CDMA

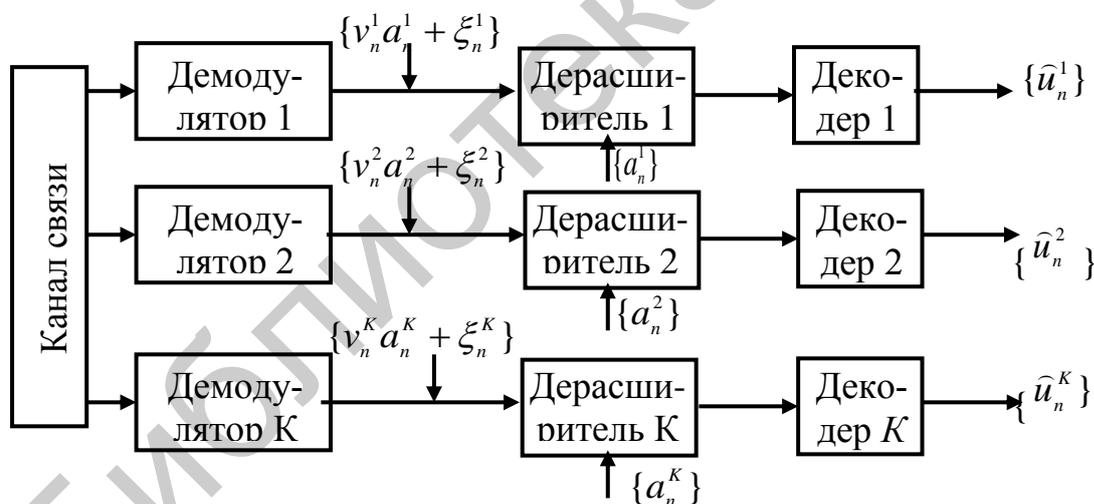


Рис. 8. Модель приемника базовой станции в системе DSSS CDMA

Важным параметром, характеризующим качество модема, является отношение энергии бита к спектральной плотности одностороннего шума, которое для краткости будем называть отношением сигнал/шум:

$$\frac{E_b}{I_0} = \frac{P}{I_0 R},$$

где  $E_b = P/R$  – энергия принятого сигнала, отнесенная к одному биту. С учетом предыдущего соотношения получим

$$\frac{E_b}{I_0} = \frac{P/R}{(K-1)P/W + N_0} = \frac{W/R}{K-1 + N_0W/P}.$$

Отсюда следует соотношение для емкости радиоканала одноячейистой CDMA системы, записанное как

$$K_0 = 1 + \frac{W/R}{E_b/I_0} - \frac{N_0W}{P}.$$

Так как обычно пренебрегают влиянием фоновго шума AWGN, то последнее равенство можно упростить, представив его в виде

$$K_0 = 1 + \frac{W/R}{E_b/I_0}.$$

Отношение  $W/R$ , Гц/бит/с было определено раньше как коэффициент расширения или усиление обработки. Типичные величины  $W/R$  простираются от 10 до 60 дБ. Требуемое отношение сигнал/шум зависит от используемого кодирования с исправлением ошибок. При условии, что число активных пользователей является большим, можно рассматривать общий шум как гауссовский с односторонней спектральной плотностью и мощностью  $I_0$ . Тогда, если используется тривиальное кодирование с повторением, вероятность битовой ошибки получается такой же, как и при некодированной передаче, т. е.

$$P_b = Q(\sqrt{2E_b/I_0}),$$

где  $Q$  – функция, определяемая интегралом:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp(-y^2/2) dy.$$

Можно использовать неравенство  $Q(x) \leq 0,5 \exp(-x^2/2)$ ,  $x > 0$ . Тогда, если используется код с повторением, из полученных соотношений получим

$$K_0 \approx 1 - \frac{W/R}{\ln 2P_b}.$$

Для речевого канала требуется скорость битовой ошибки порядка  $10^{-3} \dots 10^{-4}$  и требуемое отношение сигнал шум  $E_b/I_0$  в интервале 4...8 дБ зависит от кода, исправляющего ошибки.

Приведем несколько примеров для лучшего понимания изложенного.

**Пример 1.** Если используется кодирование с повторением и требуемая скорость битовой ошибки равна  $10^{-4}$ , какое отношение сигнал/шум можно допустить в системе связи? Каким будет отношение  $E_b/I_0$ , если  $P_b=10^{-5}$ ?

*Решение.* Используя формулу  $P_b = Q(\sqrt{2E_b/I_0})$ , получим, что вероятность  $P_b$  соответствует отношению  $E_b/I_0=6,92$  (8,46 дБ), а вероятность  $P_b=10^{-5}$  соответствует  $E_b/I_0=9,09$  (9,59 дБ). Если использовать верхнюю границу  $Q(x) < 0,5 \exp(-x^2/2)$ ,  $x \geq 0$ , то получим, что, если  $E_b/I_0=6,12$ , тогда  $P_b=4,96 \cdot 10^{-4}$  и если  $E_b/I_0 < 9,09$ , тогда  $P_b < 5,6 \cdot 10^{-5}$ .

Еще две работающие особенности добавлены в систему CDMA, служащие целям снижения интерференции. Первая включает мониторинг активности пользователей, в результате чего каждый передатчик выключается или снижает мощность излучения на время отсутствия активности пользователей. В двусторонних разговорах активность каждого абонента равна  $1/\gamma_v$ , где  $\gamma_v \approx 8/3 \approx 2,67$ . Поэтому можно уменьшить шум интерференции с учетом коэффициента  $\gamma_v$ . Параметр  $\gamma_v$  называется усилением речевой активности.

Также можно допустить, что пользователи равномерно распределены по территории отдельно взятой соты. Тогда применение секторных антенн уменьшит шум интерференции в соответствии с коэффициентом усиления антенны  $\gamma_a$ . Для трехсекторной антенны усиление антенны составляет величину приблизительно  $\gamma_a \approx 2,4$ . Чтобы оценить емкость системы CDMA, помимо учета шума отдельной соты нужно включить в  $I_0$  одностороннюю спектральную плотность мощностью  $N_{oc}$  интерференционного шума другой соты. Допустим, что коэффициент повторного использования частот системы CDMA равен 1, т. е. всем пользователям во всех сотах назначена общая спектральная полоса частот  $W$  Гц. Общая интерференция от пользователей во всех других сотах равна приблизительно  $f=0,6$  от той, что вызывается всеми другими пользователями в данной соте, т. е.  $N_{oc}=0,6(K-1)P/W$ . Таким образом, при рассмотрении общей емкости системы CDMA составляющую интерференции  $I_0$  нужно увеличить в 1,6 раза. Наконец, введение коэффициентов речевой активности  $\gamma_v$  и усиления антенны  $\gamma_a$ , а также коэффициента относительной интерференции  $f$  других сот в общее выражение спектральной плотности мощности шума дает

$$I_0 = (K-1) \frac{P}{W} \frac{1+f}{\gamma_v \gamma_a} + N_0.$$

Таким образом, аналогично ранее полученному результату

$$K_0 = 1 + \frac{W/R}{E_b/I_0} - \frac{N_0 W}{P}$$

получим следующее выражение для общей емкости радиоканалов CDMA:

$$K_0 = 1 + \frac{W/R}{E_b/I_0} \frac{\gamma_v \gamma_a}{1+f} - \frac{N_0 W}{P} \frac{\gamma_v \gamma_a}{1+f} = 1 + \frac{W/R}{E_b/I_0} \frac{\gamma_v \gamma_a}{1+f} - \frac{N_0 W}{E_b/N_0} \frac{\gamma_v \gamma_a}{1+f}.$$

Или, если пренебречь шумом AWGN,

$$K_0 = 1 + \frac{W/R}{E_b/I_0} \frac{\gamma_v \gamma_a}{1+f}.$$

**Пример 2.** Рассмотрим сотовую систему с усилением речевой активности  $\gamma_v=2,67$ , усилением антенны  $\gamma_a=2,4$ , отношением сигнал/шум  $E_b/I_0=4$  (6 дБ) и коэффициентом интерференции относительно других ячеек  $f=0,6$ . Чему равна емкость радиоканалов этой системы?

*Решение.* Используя последнюю формулу, получим

$$K_0 \approx W/R.$$

Емкость радиоканалов приблизительно равна коэффициенту расширения.

В примерах 1...4 упоминались стандарты GSM и AMPS. Они не относятся к CDMA. Первая DSSS CDMA система, стандартизированная как Interim Standard 95 (IS-95), была развернута в 1993 году. IS-95 работает на частотах 824...849 МГц для обратного канала и на частотах 869...894 МГц для прямого канала.

**Пример 3.** Каждый канал системы IS-95 занимает полосу частот 1,25 МГц для связи в одном направлении. Полоса частот в 25 МГц используется в каждом направлении. Максимальная скорость передачи информации составляет 9,6 кбит/с. Если минимальное приемлемое отношение сигнал/шум  $E_b/I_0$  равно 6 дБ, определить емкость CDMA системы, используя:

- а) всенаправленную антенну базовой станции и отсутствие детектирования речевой активности;
- б) трехсекторную антенну базовой станции с  $\gamma_a=2,4$  и детектирование речевой активности с  $\gamma_v=2,67$ .

Мощность принятого сигнала  $P=10^{-11}$  Вт, спектральная плотность одностороннего AWGN шума  $N_0=10^{-17}$  Вт/Гц и коэффициент интерференции сигналов от других сот  $f=0,6$ .

*Решение.* Из формулы  $K_0=1+\frac{W/R}{E_b/I_0} \frac{\gamma_v \gamma_a}{1+f} - \frac{N_0 W}{E_b/N_0} \frac{\gamma_v \gamma_a}{1+f}$  для каждого канала

имеем: а)  $K_0=1+\frac{1,25 \cdot 10^6 / 9,6 \cdot 10^3}{4 \cdot 1,6} - \frac{10^{-17} \cdot 1,25 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-11}} \approx 1+18,8 - 0,8 = 19;$

б)  $K_0 \approx 1+18,8 \cdot 2,4 \cdot 2,67 - 0,8 \cdot 2,4 \cdot 2,67 = 1+120,3 - 5,1 \approx 115.$

Так как система имеет  $25/1,25=20$  каналов в каждом направлении, общая емкость равна 380 в первом случае и 2300 во втором случае.

Последний пример относится к мобильным системам связи третьего поколения (3G), работающим на широкополосной CDMA (WCDMA). Для WCDMA имеются в наличии полосы частот 1920...1980 МГц в обратном направлении и 2110...2170 МГц в прямом направлении, т. е. 60 МГц в каждом направлении. Речевой кодек в WCDMA использует адаптивную многоскоростную технологию (Adaptive Multi-Rate, AMR), стандартизированную в 1999 году. Эта технология имеет 8 скоростей источника информации от 4,75 с до 12,2 кбит/с.

**Пример 4.** Каждый канал WCDMA системы занимает 5 МГц спектра в каждом направлении. Допустим, что скорость передачи информации пользователем равна 12,2 кбит/с. Другие параметры являются такими же, как в примере 3. Найти емкость WCDMA системы в данных условиях.

*Решение.* Из формулы, использовавшейся в предыдущем примере, для каждого канала имеем

$$K_0=1+\frac{5 \cdot 10^6 / 12,2 \cdot 10^3}{4 \cdot 1,6} \cdot 2,4 \cdot 2,67 - \frac{10^{-17} \cdot 5 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-11}} \cdot 2,4 \cdot 2,67 \approx 1+409 - 20 = 390.$$

При данных условиях общая емкость WCDMA системы равна  $60 \cdot 390/5=4680$ .

Математическая модель CDMA системы, рассмотренная выше, – это модель передачи информации типа «много точек к одной». Строго говоря, она

описывает только обратное направление передачи информации. Несколько позже мы увидим, что использовавшиеся соотношения справедливы и для каналов в прямом направлении. Передача в прямом направлении, т. е. «от одного к многим», имеет некоторые преимущества по сравнению с передачей «многие к одному».

Во-первых, сигналы, переданные различным пользователям, могут быть синхронизированы и снабжены пилот-сигналами, такими, чтобы пользователи могли использовать когерентные приемники. Для обратного направления пилот-сигналы не всегда используются из-за ограниченной мощности.

Во-вторых, так как передатчику известны последовательности переданной информации всех пользователей, он в принципе может использовать эту информацию в процессе кодирования и всесторонне улучшить выполнение системы. В этом случае можно говорить о координированной передаче или частично координированной передаче.

В DSSS CDMA системе каждый из активных пользователей занимает в каждый момент времени все широкополосные каналы. В следующих разделах мы намерены рассмотреть систему, в которой широкополосные каналы разделены на узкие частотные полосы, каждый пользователь в каждый момент времени может занять только одну из таких полос частот и периодически меняет эту полосу частот.

## 2. Выполнение лабораторной работы

### 2.1. Выполнение лабораторной работы в системе MATLAB

Скопируйте и выполните программу, написанную для выполнения в среде MATLAB и приведенную ниже. Запустите эту программу на выполнение. Прокомментируйте полученные с ее помощью результаты.

```
clc;
close all;
clear all;
b=input('Enter The input Bits : ');
ln=length(b);

% Converting bit 0 to -1
for i=1:ln
    if b(i)==0
        b(i)=-1;
    end
end

% Generating the bit sequence with each bit 8 samples long
k=1;
for i=1:ln
    for j=1:8
        bb(k)=b(i);
        j=j+1;
        k=k+1;
    end
    i=i+1;
```

```

end
len=length(bb);
subplot(2,1,1);
stairs(bb,'linewidth',2); axis([0 len -2 3]);
title('ORIGINAL BIT SEQUENCE b(t)');

% Generating the pseudo random bit pattern for spreading
pr_sig=round(rand(1,len));
for i=1:len
    if pr_sig(i)==0
        pr_sig(i)=-1;
    end
end
subplot(2,1,2);
stairs(pr_sig,'linewidth',2); axis([0 len -2 3]);
title('PSEUDORANDOM BIT SEQUENCE pr_sig(t)');

% Multiplying bit sequence with Pseudorandom Sequence
for i=1:len
    bbs(i)=bb(i).*pr_sig(i);
end

% Modulating the hopped signal
dsss=[];
t=0:1/10:2*pi;
c1=cos(t);
c2=cos(t+pi);

for k=1:len
    if bbs(1,k)==-1
        dsss=[dsss c1];
    else
        dsss=[dsss c2];
    end
end
figure,
subplot(2,1,1);
stairs(bbs,'linewidth',2); axis([0 len -2 3]);
title('MULTIPLIER OUTPUT SEQUENCE b(t)*pr_sig(t)');
subplot(2,1,2);
plot(dsss);
title(' DS-SS SIGNAL...');

```

## 2.2. Выполнение лабораторной работы в среде SIMULINK

На этом этапе выполнения лабораторного задания предлагается запустить приведенные ниже модели схем трансивера, передатчика и приемника, выбрав соответствующие начальные условия для каждого блока в каждой из исследуемых структурных схем. Для облегчения выполнения предложенного задания на рис. 9...12 показаны результаты работы наиболее важных узлов исследуемых устройств.

### 2.2.1. Методические указания к выполнению лабораторной работы

После того как запустите предложенные модели на выполнение, подробно опишите полученные результаты и дайте им объяснение. Мы ни в коей мере

не ограничиваем инициативы и желаем больших успехов всем пользователям наших программ.

Технология расширения спектра прямой последовательностью относится к технологии модуляции. Модуляции DPSK DSSS и технологии расширения спектра главным образом используются в трансивере, за исключением приема сигнала, использующего бифазную модуляцию. Систему с UWB, исследуемую в данной лабораторной работе, можно разделить на три части: DPSK DSSS передатчик, DPSK DSSS приемник и DPSK DSSS трансивер с бинарным модулятором и согласованным фильтром для восстановления исходного сигнала.

### 2.2.1.1. Исследование схемы трансивера

Разработанная схема передатчика показана на рис. 9. Она состоит из иерархической системы, в которой блоки, представляющие составные части этой системы, и осциллографы размещены таким образом, чтобы было удобно проследить процессы, реализуемые в передатчике. Основные компоненты или блоки передатчика представляют собой генератор псевдослучайной последовательности, логическую схему XOR, блоки задержки, переключатель, импульсный генератор, блок вычисления производной, цифровой фильтр, блоки перемножения и усиления, осциллографы.

Генератор псевдослучайной последовательности генерирует последовательность псевдослучайных бинарных чисел. Этот генератор использует сдвиговый регистр для генерирования последовательности, которую можно использовать в псевдослучайном скремблере, дескремблере и во всей системе с расширением спектра прямой последовательностью.

Блок PN sequence generator также использует сдвиговый регистр для генерирования последовательности. В этой лабораторной работе этот блок используется для генерирования сигналов сообщения и высокоскоростной псевдослучайной последовательности для расширения спектра информационного сигнала сообщения. Блок XOR работает как смеситель. Он смешивает два различных сигнала один с другим как цифровая схема и выдает полученный сигнал на выход. Блок Unit delay сохраняет и задерживает входной сигнал на величину, равную нескольким периодам следующих друг за другом отсчетов. Этот блок эквивалентен блоку  $z^{-1}$ , работающему в дискретно-временном режиме. Этот блок принимает один входной сигнал и выдает на выход тоже один выходной сигнал. Каждый из этих сигналов может быть либо скалярным, либо векторным. Если входной сигнал – вектор, то блок задерживает все элементы векторного сигнала на одно и то же время, равное некоторому числу периодов следования отсчетов. Импульсный генератор может генерировать различные импульсы, выбираемые опционально.

Переключатель используется для переключения двух различных входных сигналов и передает их на выход в соответствии с их назначением. Блок Derivative предназначен для дифференцирования входного сигнала. Импульсный генератор и

последующие два блока Derivative используются для осуществления бифазной модуляции. Блок Integer delay используется для восстановления сигнала.

Блок Gain усиливает сигнал. Осциллографы размещены вдоль всего пути следования сигнала.

Сигнал данных, который является узкополосным, расширяется по полосе занимаемых частот во много раз, используя расширяющую псевдослучайную последовательность. Этот сигнал передается на уровне ниже шумового значения окружающей среды, как псевдослучайная последовательность положительных и отрицательных единичных сигналов на частоте, значительно превышающей частотный диапазон исходного сигнала.

Этот сигнал напоминает белый шум. Однако его можно восстановить на приемном конце канала связи в результате перемножения с той же псевдослучайной последовательностью, с помощью которой он был получен на передающем конце канала связи. Этот процесс называется дерасширением. Он представляет собой математическое вычисление корреляции переданной псевдослучайной последовательности с псевдослучайной последовательностью, принятой приемником, которая, конечно, должна быть известна приемнику. Это требует синхронизации приемника с переданной последовательностью с использованием довольно сложного механизма вхождения в синхронизм и слежения за процессом синхронизации. Этот очевидный недостаток тем не менее может принести пользу: если последовательности множества передатчиков синхронизированы друг с другом, относительная синхронизация приемника должна быть выполнена, что можно использовать для вычисления относительного времени, которое в свою очередь позволит рассчитать приемнику положение передатчика. Это является основой работы многих навигационных систем.

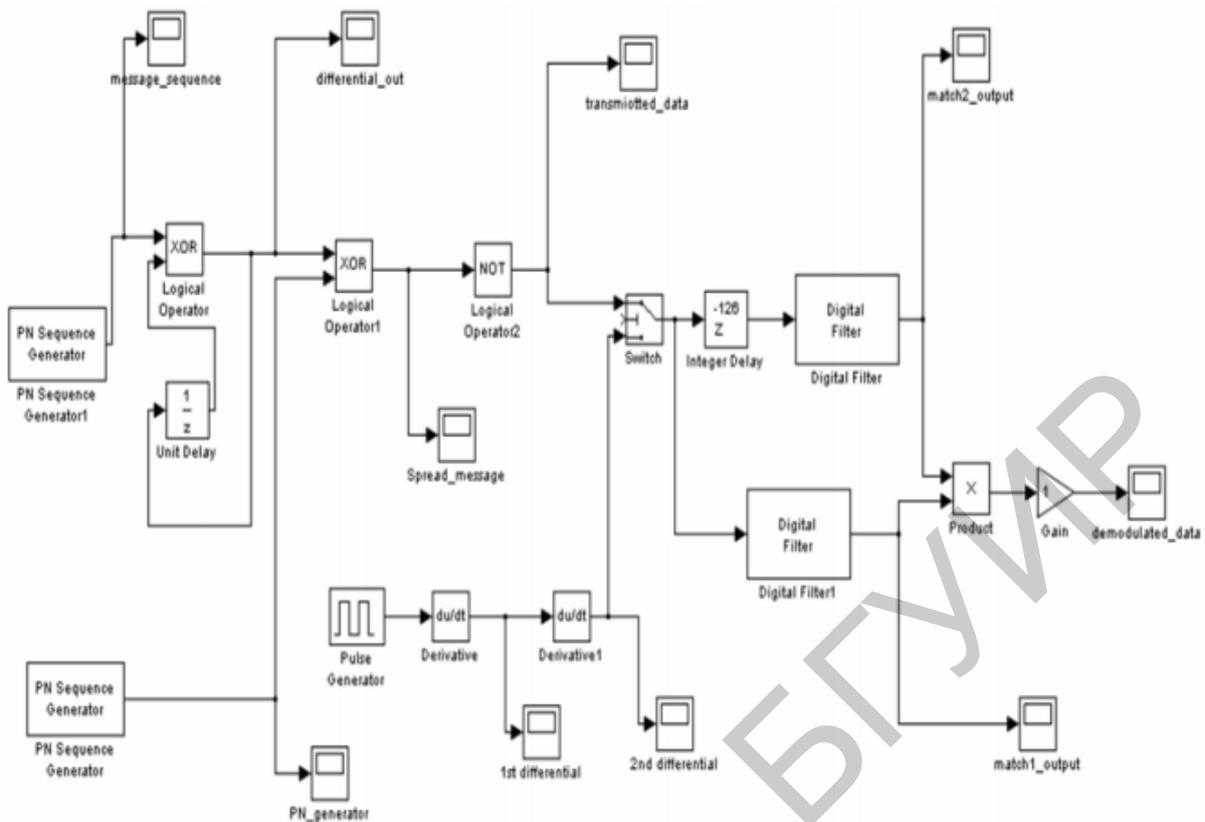


Рис. 9. Модель DPSK DSSS трансивера в SIMULINK

Результирующий эффект повышения отношения сигнал/шум называется усилением процесса. Этот процесс можно сделать более выразительным, если применять в системе более длинные псевдослучайные последовательности и увеличивать число чипов, приходящихся на один информационный бит исходного сигнала. Однако физические устройства, используемые для генерирования псевдослучайных последовательностей, навязывают практические ограничения на достижение нужного усиления процесса.

### 2.2.1.2. Исследование схемы передатчика

Используемый в настоящей лабораторной работе передатчик (рис. 10) состоит из блока PN Sequence generator, который генерирует последовательность бинарных чисел, используя сдвиговый регистр с обратными связями, блока XOR, используемого как смеситель для смешивания данных, блока Unite delay, служащего для задержки данных, и осциллографов, размещенных вдоль пути прохождения сигнала для обеспечения наглядности исследуемых процессов. Блок PN Sequence generator используется как для генерирования сигнала сообщения, так и для создания псевдослучайной последовательности бинарных чисел для обеспечения процесса расширения спектра исходного сообщения.

Рис. 10 представляет модель SIMULINK передатчика, когда дифференциально кодированный сигнал сообщения, у которого каждый входной бит должен задерживаться до тех пор, пока поступит следующий бит на вход.

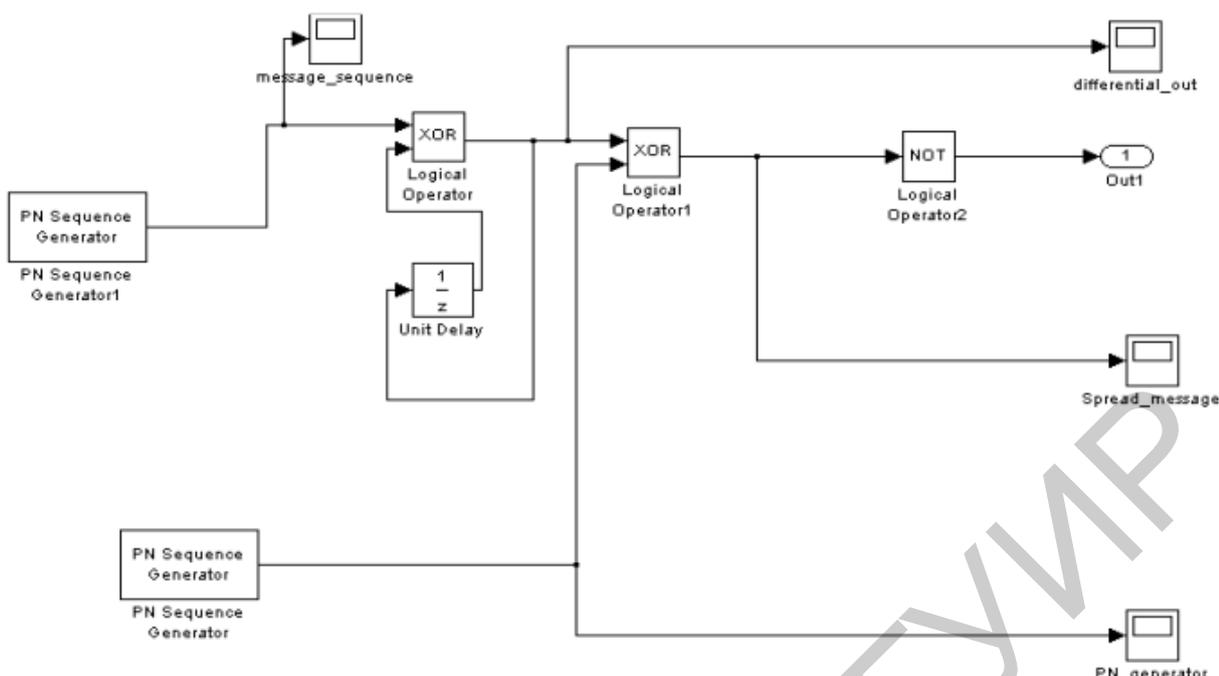


Рис. 10. Модель DPSK DSSS передатчика в SIMULINK

Задержанный бит данных тогда смешивается со следующим входным битом данных. Выход смесителя данных формирует разницу входных битов данных и задержанных битов данных. Дифференциально кодированные данные затем расширяются с помощью высокоскоростной псевдослучайной последовательности. Этот процесс расширения обеспечивает каждому биту данных свой собственный уникальный код, позволяя приемнику с той же расширяющей последовательностью дерасширить принятый сигнал.

Псевдослучайная последовательность длиной 63 бита, используемая в этой лабораторной работе, генерируется шестirazрядной последовательностью максимальной длины, которая удовлетворяет уравнению

$$g(x)=x^6+x^5+1.$$

Расширяющая псевдослучайная последовательность максимальной длины использует значительно более широкую полосу частот, чем поток дифференциально кодированных битов данных. Переданный сигнал принимает вид

$$x(t)=m(t)c(t),$$

где  $m(t)$  – дифференциально кодированные данные;  $c(t)$  – последовательность чипов длиной 63 разряда расширяющего кода. Для восстановления сигнала сообщения используется блок XOR вместе с того же типа расширяющей последовательностью. Здесь используется также единичная задержка для восстановления исходного сигнала.

### 2.2.1.3. Исследование схемы приемника

Перед дерасширением принимаемый сигнал модулируется путем двухпозиционной фазовой модуляции, затем сигнал разделяется на два параллель-

ных пути и подается в два идентичных согласованных фильтра с входом, в одно из которых имеется задержка из 63 чипов. На рис. 11 показана модель приемника DPSK DSSS, сделанная в SIMULINK.

BPSK модуляция математически описывается как

$$w(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j s(t - jT_f) , \quad (3)$$

где  $b_j$  это  $E\{-1,1\}$  битов данных.

Некоторыми из преимуществ бифазовой модуляции является его улучшение по сравнению с амплитудной модуляцией и модуляцией положением импульса в производительности, так как  $E_b/N_0$  на 3 дБ меньше, чем при амплитудной модуляции с той же вероятностью битовой ошибки.

Вероятность ошибки на бит для двухфазной модуляции при условии согласованного на прием фильтра:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) . \quad (4)$$

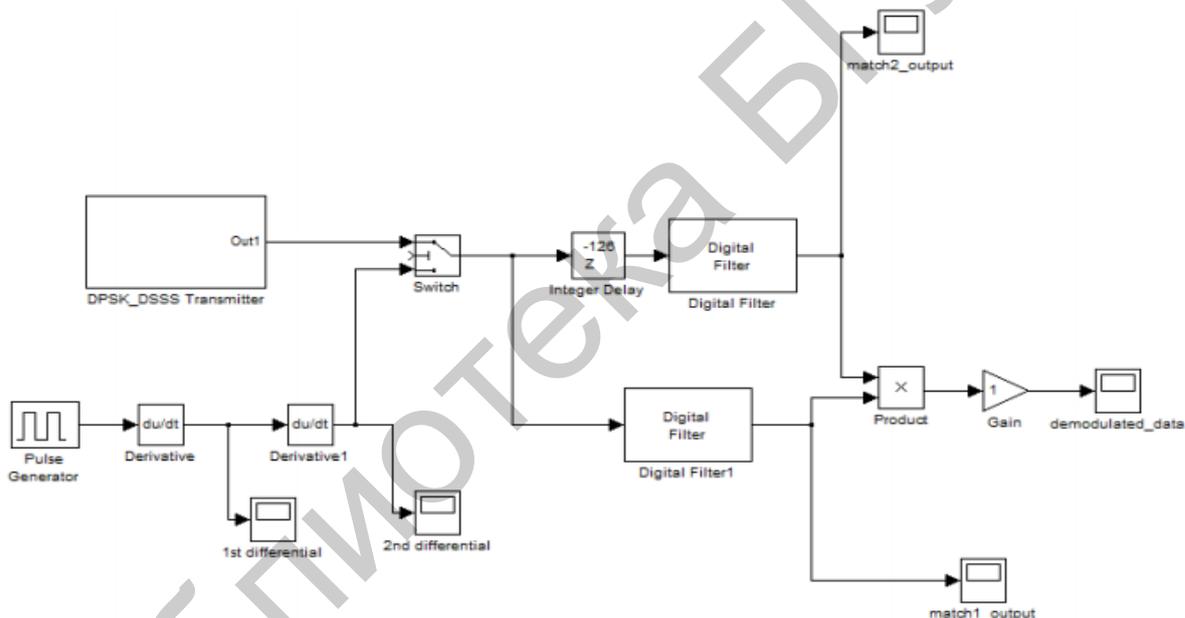


Рис. 11. Модель DPSK DSSS приемника в SIMULINK

Еще одним преимуществом бифазовой модуляции является способность устранять спектральные линии, обусловленные изменением полярности импульса. Этот аспект минимизирует количество помех с обычными системами радиосвязи.

Уменьшение общей передаваемой мощности также может быть достигнуто, используя двухфазную модуляцию, популярна техника в UWB системах, когда энергоэффективность является одним из главных приоритетов.

Специальный тип цифрового согласованного фильтра используется для восстановления переданного сообщения. Это цифровое согласование фильтрации является процедурой обработки данных, которое является оптимальным в периоде сигнал – шум (SNR).

В частности, это можно показать для аддитивного белого гауссовского шума (AWGN) с каналом без помех, что согласованный фильтр максимизирует SNR для системы с модулированными импульсами. Для этой операции получаемый сигнал является выборочным, так как в течение выборки дается более точное представление о форме импульса, который затем производит лучшие результаты, используя цифровой согласованный фильтр.

Корреляционная обработка – еще одна форма согласованной фильтрации, часто используется в цифровой области, имеет дело с каналами с белым шумом. Метод расчета корреляционного выхода заключается в следующем:

$$g(k) = \sum_{t=1}^{N-1} r(t)h(t) \quad (5)$$

где  $g(k)$  – результат значения корреляции;  $K$  –  $k^{\text{th}}$  периодов импульсов;  $N$  – количество отсчетов в ширине одного импульса;  $R(t)$  – каковы полученные образцы сигнала;  $h(t)$  – известная форма сигнала.

Одним из основных недостатков топологии приемников с согласованным фильтром является отсутствие знания формы импульса в приемнике из-за искажений в канале. Несовершенная корреляция может произойти при обработке данных с неправильной формой импульса, что приведет к ухудшению корреляционной энергии. Есть множество способов, чтобы исправить эту проблему, сохраняя несколько импульсных фигур в приемнике. Более точный подход для оценки форм импульсов от экспериментальных импульсов, которые будут испытывать те же искажения канала, как и заданные импульсы.

Эта методика оценки является перспективным решением для искажения UWB импульсов. Выходы двух согласованных фильтров обозначены  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  и задаются уравнениями

$$x_1(t) = d(t-t_0)R_c(t), \quad (6)$$

$$x_2(t) = d(t-t_0-T_b)R_c(t-T_b), \quad (7)$$

где  $T_b$  – данные битового периода;  $R_c$  является автокорреляционной функцией 63-чиповой псевдослучайной последовательности, поскольку существует всего 63 чипа на битовые данные с PN последовательностью, являющейся периодической с периодом  $T_b$ . Следовательно,

$$R(t) = R_c(t - T_b). \quad (8)$$

После этого два выхода согласованного фильтра перемешивают, после чего результаты фильтрации нижних частот и оригинальные сообщения восстанавливаются.

### 2.2.1.5. Образцы работы наиболее важных блоков исследуемых схем

На рис. 12...15 приведены для иллюстрации работы образцы получаемых при исследовании практических моделей трансивера, передатчика и приемника системы с расширенным спектром прямой последовательностью. Приведенные результаты носят качественный характер и могут значительно отличаться от непосредственно получаемых в процессе результатов моделирования. Рекомендуется

каждый раз, комментируя получаемые результаты, давать подробные объяснения получаемым несоответствиям результатов, приведенных на рис. 12...15 образцов.

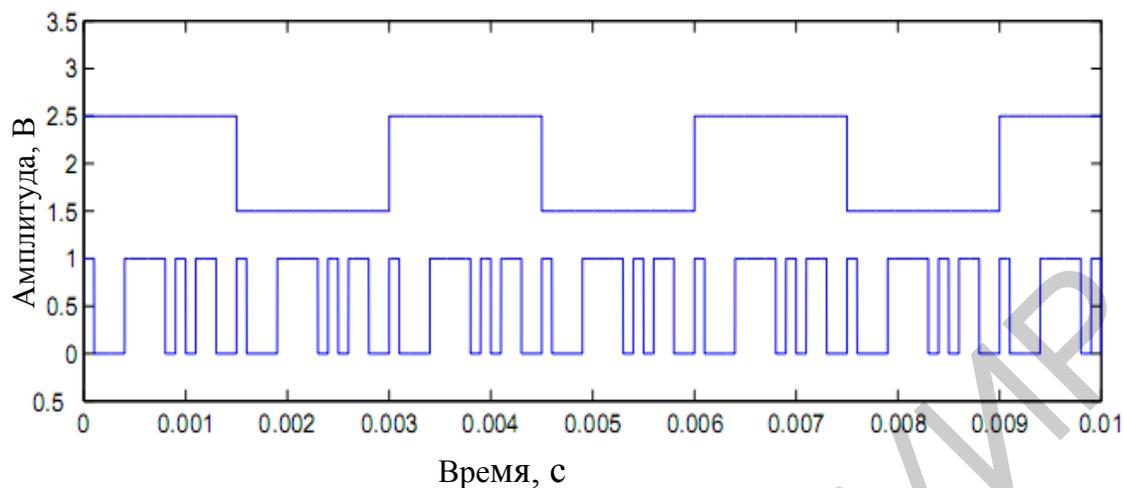


Рис. 12. Осциллограммы сигнала сообщения (вверху) и расширяющей последовательности (внизу)

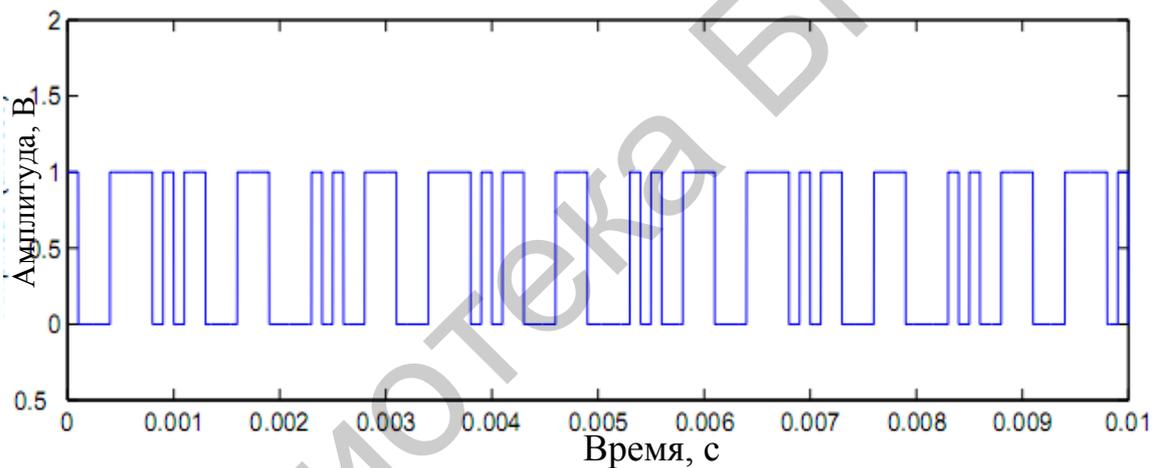


Рис. 13. Осциллограмма сигнала с расширенным спектром

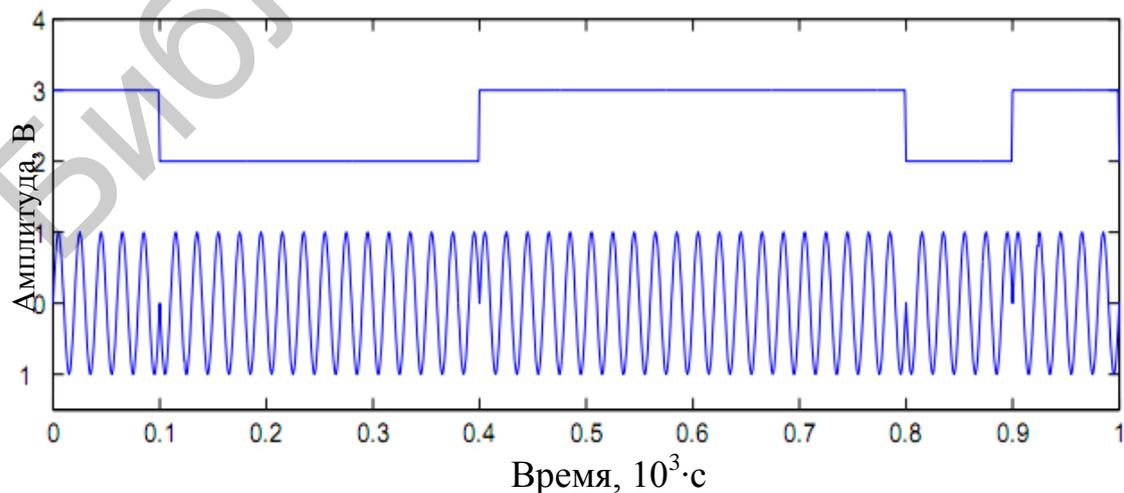


Рис. 14. Осциллограммы сигнала сообщения (вверху) и фазоманипулированного сигнала (внизу)

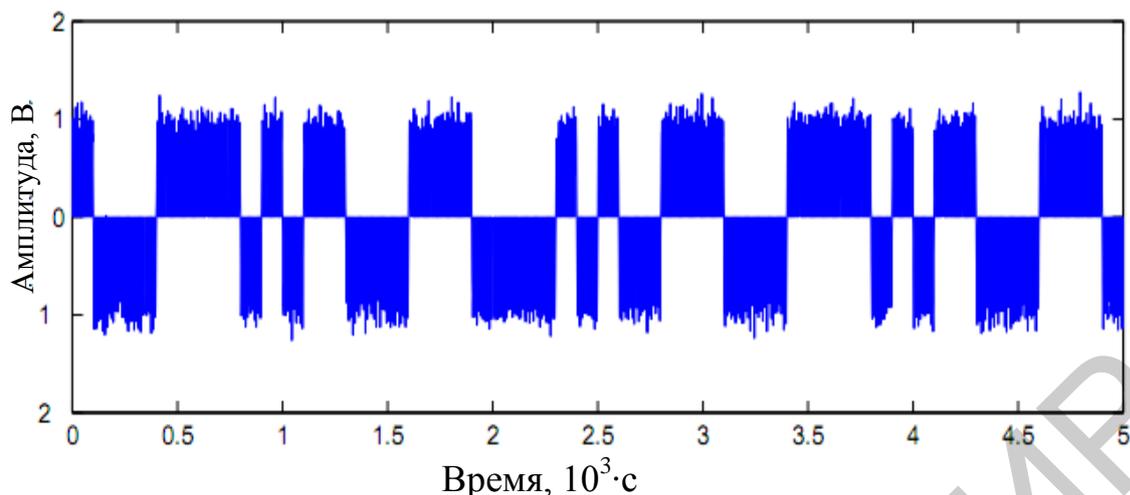


Рис. 15. Осциллограмма выходного сигнала демодулятора

### 2.2.2. Исследование работы канала с аддитивным белым гауссовским шумом

На этом этапе предлагается ввести в разработанные модели канал с аддитивным белым гауссовским шумом, уровень которого можно регулировать в значительных пределах. Предлагается провести тщательные исследования работы изучаемых устройств при различных параметрах канала связи. Выполнить лабораторную работу для трансивера, передатчика и приемника аналогично методическим указаниям, приведенным в пп. 2.2.1.1...2.2.1.4.

## 3. Содержание отчета о выполненной лабораторной работе

После выполнения лабораторного задания нужно грамотно изложить результаты исследования, приведя в отчете осциллограммы, получаемые на входе каждого осциллоскопа, задействованного в исследуемых схемах.

Поскольку при выполнении лабораторного задания используется генератор случайных сигналов, то все результаты получатся уникальными. Поэтому все отчеты оказываются различными.

Инициатива оформления отчета не ограничивается, а приветствуется.

Помните об этом, оформляя отчет о выполненной работе.

## 4. Контрольные вопросы

1. Назовите наиболее широко используемые методы расширения спектра информационного сигнала.
2. Какими преимуществами обладает сигнал с расширенным спектром?
3. Нарисуйте простейшую схему сдвигового регистра с обратными связями, способного генерировать расширяющую 15-разрядную последовательность.

4. Как можно оценить корреляционные свойства этой последовательности?
5. Объясните принцип работы цифровой схемы XOR как смесителя.
6. Что представляет собой аддитивный белый гауссовский шум (Additive White Gaussian Noise, AWGN)?
7. Объясните принцип работы перемножителя двух сигналов, используемого для получения сигнала с расширенным спектром.
8. Что такое двусторонняя спектральная плотность мощности сигнала?
9. Что представляет собой отношение, записываемое как  $E_b/N_0$ ?
10. Что представляет собой дифференциально фазоманипулированный сигнал?
11. Чем дифференциально фазоманипулированный сигнал отличается от фазоманипулированного сигнала?

Библиотека БГУИР

## Лабораторная работа №14

# МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ С РАСШИРЕННЫМ СПЕКТРОМ С ПЕРЕСКОКОМ ЧАСТОТЫ

### 1. Краткие теоретические сведения

Эта работа посвящена рассмотрению современных информационных радиотехнологий, использующих сигналы с расширенным спектром, а также временное, частотное и кодовое разделение при множественном доступе (Code Division Multiple Access, CDMA). Основное применение этих радиотехнологий – беспроводная радиосвязь, включая мобильную. Мы намерены кратко рассмотреть общую структуру мобильной связи, на примере которой изучим временное, частотное и кодовое разделение каналов при множественном доступе и сформируем концепцию расширения спектра сигнала, служащего средством передачи информации от одного пользователя другому. Рассмотрение систем связи CDMA с прямой последовательностью, частотным перескоком и модуляцией положением импульса, используя его временные перескоки, составит содержание отобранных вопросов из постоянно возрастающего количества сведений, прямо или косвенно относящихся к изучаемым радиотехнологиям с расширением спектра как основным радиотехнологиям XXI века.

#### 1.1. Принцип работы системы с расширением спектра

Принцип работы системы с расширением спектра вытекает из теоремы Шеннона об информационной емкости канала связи:

$$C = B \log_2(1 + S/N), \quad (1)$$

где  $C$  – емкость канала, измеряемая в бит/с и равная максимальной скорости передачи данных для теоретического значения величины BER (Bit Error Rate). Здесь  $B$  – требуемая полоса частот канала, измеряемая в Гц,  $S/N$  – отношение сигнал/шум по мощности. Допускают, что значение  $C$ , представляющее среднюю передаваемую по каналу информацию, представляет желательную для практики величину. Полоса  $B$  – это цена, которую надо платить, так как она является ограниченным ресурсом канала связи. Отношение  $S/N$  отражает окружающие условия функционирования канала связи, в том числе и такие его характеристики, как интерференция сигналов, помехи и т. п.

Из записанного соотношения следует, что можно увеличивать  $C$  или  $B$ , даже когда мощность сигнала ниже уровня мощности шума, так как записанное уравнение не запрещает этого.

Перейдем от двоичного логарифма к натуральному. Тогда

$$C/B = (1/\ln 2) \ln(1 + S/N) = 1,443 \ln(1 + S/N). \quad (2)$$

Используя разложение в ряд Маклорена

$$\ln(1 + x) \approx x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \dots + (-1)^{k+1} x^k/k + \dots, \quad (3)$$

получим

$$C/B \approx 1,443S/N. \quad (4)$$

Для приложений систем с расширением спектра характерно обычно низкое отношение  $S/N$ , т. е. уровень сигнала может быть значительно ниже уровня шума. Принимая, что  $S/N \ll 1$ , получим вместо  $C/B \approx 1,443S/N$ , несколько грубее

$$C/B \approx S/N \text{ или } N/S \approx B/C. \quad (5)$$

Из последнего соотношения следует, что для передачи информации без ошибок по зашумленному каналу связи достаточно выполнить операцию расширения спектра сигнала, увеличив ширину полосы частот сигнала.

Все рассмотренные выше классические методы узкополосной модуляции разработаны с целью достичь максимальной спектральной эффективности, т. е. передать возможно больший объем информации в возможно более узкой полосе частот. Проблема заключается в том, что с ростом числа пользователей число каналов, выделенных для связи, должно возрастать. В то же время совершенно понятно, что, с одной стороны, общий частотный ресурс является абсолютно ограниченной величиной, а с другой стороны, невозможно бесконечно уменьшать полосу частот, в которой осуществляется передача информации.

Кроме проблемы увеличения числа пользователей, фундаментальной проблемой для мобильной радиосвязи в городских условиях является ухудшение связи из-за быстрого затухания и многолучевого распространения.

Движение абонента в среде с препятствиями, к которым относятся здания, туннели, движущийся транспорт, создают постоянные и быстрые флуктуации величины сигнала (фединг), которые не всегда могут быть компенсированы избыточной мощностью передатчика или очень высокой чувствительностью приемника. В результате значительно ухудшается или даже нарушается радиосвязь.

Многолучевое распространение, обусловленное множеством препятствий в виде зданий и складок местности между абонентами, приводит к тому, что приемник получает сразу несколько копий передаваемого сигнала, задержанных на различные промежутки времени. Это также приводит к флуктуациям величины принимаемого сигнала, которые проявляются в виде ясно слышимого эхо-сигнала. В случае получения двух равноценных копий сигнала может произойти срыв синхронизации и полная потеря связи.

Эти и ряд других проблем стимулировали поиск принципиально иных решений организации радиоканала. Одним из методов, позволяющих кардинально увеличить число пользователей в ограниченном частотном спектре и значительно улучшить качество приема в условиях фединга и многолучевого распространения, является использование сигналов с расширенным спектром.

## 1.2. Основные свойства сигналов с расширенным спектром

Основная идея применения сигналов с расширенным спектром заключается в том, чтобы вместо узкополосных сигналов, выделенных для каждого пользователя в ограниченном участке спектра, использовать сигналы с расширенным спектром, занимающим весь выделенный для связи участок спектра, но

при этом значительное количество пользователей может одновременно использовать эту расширенную полосу частот.

В результате возможное количество пользователей в выделенной полосе частот возрастает по сравнению с методом разбиения выделенной полосы частот на отдельные радиоканалы.

Сигналы с расширенным спектром обладают двумя характерными признаками:

- полоса частот передаваемого сигнала  $s(t)$  существенно больше, чем полоса частот модулирующего цифрового сигнала  $w(t)$ ;

- расширение полосы частот передаваемого сигнала производится независимо от передаваемой информации расширяющим сигналом (расширяющей цифровой последовательностью), персонально назначаемым каждому пользователю и заранее известным как в приемнике, так и в передатчике.

При модуляции сигнала с расширенным спектром создается сигнал со спектром, значительно превышающим ширину спектра исходного сигнала. Существует много методов формирования сигнала с расширенным спектром. Рассмотрим некоторые самые общие технологии расширения спектра, такие, как метод прямой последовательности (Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS), расширение спектра скачками частоты (Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS), расширение спектра временными перескоками (Time Hop Spread Spectrum, THSS), расширение спектра множеством несущих частот (Multi Carrier Spread Spectrum, MCSS). Конечно, можно создавать технологии формирования гибридного вида, которые будут иметь свои преимущества и недостатки.

В цифровой радиосвязи используется величина отношения  $E_b / N_0$ , представляющая собой отношение энергии, приходящейся на один бит информации к спектральной плотности шума  $N_0$ . Величина  $E_b = ST$ , где  $S$  – средняя мощность сигнала, а  $T$  – длительность сигнала. Битовая скорость передачи информации  $R = 1/T$ . Тогда можно записать  $E_b = S/R$ , величину отношения  $E_b / N_0$  можно записать иначе:  $E_b / N_0 = S/RN_0$ , если учесть, что  $N_0 = P/W$ , где  $N_0$  – мощность шума  $P$  в полосе частот шириной  $W$ . Тогда для  $E_b / N_0$  можно записать новое выражение, а именно  $E_b / N_0 = SW/PR$ . Это соотношение можно рассматривать как произведение отношений энергии сигнала  $S$  к мощности шума  $P$  и переданной полосы частот  $W$  к битовой скорости  $R$ . Отношение  $W/R$  часто называют усилением обработки системы.

Записанные соотношения позволяют приблизительно оценить емкость радиоканалов в обратном направлении системы, работающей с расширением спектра. Допустим, что система реализует полный контроль мощности, что означает, что переданная мощность сигналов всех мобильных пользователей контролируется так, что приемник базовой станции принимает мощность сигналов всех мобильных станций на одном и том же уровне. Основываясь на принятых допущениях, отношение сигнал/шум для одного пользователя можно записать в виде  $S/P = 1/(M-1)$ , где  $M$  – общее число пользователей, так как общая мощность в данной полосе частот равна

сумме мощностей сигналов отдельных пользователей. Тогда отношение  $E_b / N_0$  можно переписать следующим образом:  $E_b / N_0 = (W/R)/(M-1)$ , откуда  $M-1 = (W/R)/(E_b/N_0)$ . Так как  $M \gg 1$ , то  $M \approx (W/R)/(E_b/N_0)$ .

### 1.3. Технологии расширения спектра

Технология расширения спектра возникла в результате военных потребностей и находит все более широкое применение в обстановке враждебных проявлений. Рассмотрим преимущества расширения спектра в присутствии гауссовских искажений, называемых джаммером (jammer), т. е. передачу битового потока  $\{b_k\}_{k=-\infty}^{\infty}$  ( $b_k = \pm 1$ ) по каналу передачи с AGWN шумом. Будем использовать BPSK технологию с несущей частотой  $\omega_c$ . Канал также может разрушаться намеренными (intentional) искажениями. Принятый сигнал  $r(t)$  вместе с комплексной огибающей можно представить выражением

$$r(t) = s(t) + j(t) + n(t), \quad (6)$$

где

$$s(t) = \sqrt{\frac{2PT}{T_c}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k p_{T_c}(t - kT - \Delta) \quad (7)$$

переданный сигнал;  $n(t)$  – AGWN шум со спектральной плотностью мощности  $\Phi_n(\omega) = N_0$ ;  $j(t)$  – сигнал искажений;  $T$  – длительность символа;  $T_c$  – ширина импульса символа, называемого чипом;  $\Delta$  – переменная с равномерным распределением вероятностей в области  $[0, T)$ ;  $P$  – усредненная переданная мощность. Спектр переданного сигнала можно оценить выражением

$$\Phi_s(\omega) = PT_c \frac{\sin^2(\omega T_c / 2)}{(\omega T_c / 2)^2}, \quad (8)$$

если осуществляется моделирование несущей частоты битами как случайными переменными. Исследуя спектр переданного сигнала, разумно рассматривать всю мощность сигнала джаммера  $P_j$  в полосе, совпадающей с шириной главного лепестка спектра сигнала, т. е. от  $-2\pi/T_c$  до  $2\pi/T_c$ , рад/с. Для простоты допустим, что  $j(t)$  – это гауссовский случайный процесс с нулевым средним значением и мощностью  $\Phi_j(\omega) = P_j T_c$  в интервале  $|\omega| < 2\pi/T_c$  и  $\Phi_j(\omega) = 0$  вне этого интервала. Кроме того,  $n(t)$  и  $j(t)$  – независимы.

В качестве приемника сигнала используем приемник с согласованным фильтром, структурная схема которого показана на рис. 1, и дискретизированный выход которого соответствует  $k$ -му символу и имеет вид

$$r_k = s_k + j_k + n_k, \quad (9)$$

где

$$s_k = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) p_{T_c}(\tau - kT - \Delta) d\tau = \int_{kT+\Delta}^{kT+\Delta T_c} s(\tau) d\tau = \sqrt{2PT_c} b_k. \quad (10)$$

Видим, что вероятность ошибки не зависит от  $\Delta$ . Следовательно, безусловная вероятность ошибки – то же, что и условная вероятность. Примем

$$n_k = \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) p_{T_c}(\tau - kT - \Delta) d\tau, \quad (11)$$

$$j_k = \int_{-\infty}^{\infty} j(\tau) p_{T_c}(\tau - kT - \Delta) d\tau. \quad (12)$$

Из принятых выше допущений понятно, что  $j_k$  и  $n_k$  не зависят от гауссовского случайного процесса. Надо определить их дисперсию. Дисперсия  $n_k$

$$\sigma_{n_k}^2 = 0,5E[n_k^* n_k] = N_0 T_c. \quad (13)$$

Для  $j_k$  заметим, что его дисперсия равна значению автокорреляционной функции компоненты согласованного фильтра  $j(t)$  при  $t=0$ . Используя соответствие между автокорреляционной функцией и спектральной плотностью мощности, получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{j_k}^2 &= 0,5M[j_k^* j_k] = \frac{1}{2} \int_{T_c}^2 \frac{\sin^2(\omega T_c / 2)}{\omega T_c / 2} \Phi_j(\omega) d\omega = \\ &= \frac{P_j T_c^2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} d\omega = 0,9028 P_j T_c^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Теперь можно рассчитать символьную (битовую) вероятность ошибки системы связи, описанной выше. По симметрии известно, что средняя символьная вероятность ошибки равна условной символьной вероятности того, что, скажем,  $b_k=1$ . При условии, что  $b_k=1$  статистика решения  $Re[r_k]$  – это гауссовская случайная переменная со средним  $\sqrt{2PTT_c}$  и дисперсией  $\sigma_{j_k}^2 + \sigma_{n_k}^2$ .

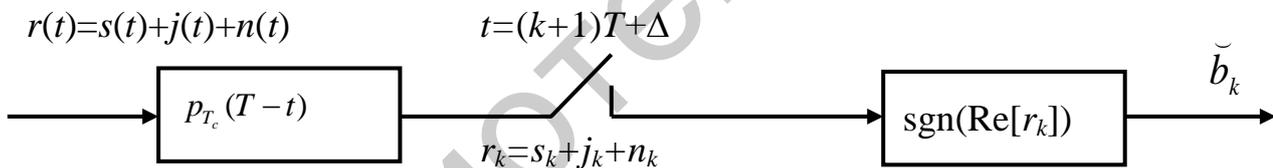


Рис. 1. Приемник с согласованным фильтром для BPSK данных с джаммером

Поэтому вероятность символьной ошибки равна

$$P_s = Q\left(\sqrt{\frac{2PTT_c}{\sigma_{j_k}^2 + \sigma_{n_k}^2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2PT/N_0}{1 + 0,9028P_j T_c / N_0}}\right). \quad (15)$$

В случае приема сигналов с BPSK приемник сравнивает выход  $Y$  согласованного фильтра с нулевым пороговым уровнем. Если  $Y > 0$ , приемник принимает решение, что передан сигнал  $s(t) = s_0(t)$ , в другом случае – что передан сигнал  $s_1(t) = -s_0(t)$ . Отсчет шума  $Y_n$  – это случайный гауссовский процесс с нулевым средним значением  $\varepsilon$  и дисперсией

$$\sigma_{Y_n}^2 = \frac{N_0}{2} \int s^2(t) dt = \frac{\varepsilon N_0}{2}.$$

Принимаем, что послан сигнал  $s_0(t)$ , тогда  $Y$  – это гауссовская случайная переменная со средним значением  $\varepsilon$  и дисперсией  $\sigma_{Y_n}^2$ . По правилу решения приемник делает ошибку, когда  $Y \leq 0$ . Следовательно,

$$P_{s|0} = \Pr(Y \leq 0) | s_0(t) - \text{передан} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y_n}} \int_{-\infty}^0 \exp\left[-\frac{(x-\varepsilon)^2}{2\sigma_{Y_n}^2}\right] dx =$$

$$Q(\varepsilon / \sigma_{Y_n}) = Q(\sqrt{SNR}) = Q(\sqrt{2\varepsilon / N_0}), \quad (16)$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^0 \exp(-u^2 / 2) du. \quad (17)$$

С той же аргументацией можно показать, что  $P_{s|1} = P_{s|0} = Q(\sqrt{2\varepsilon / N_0})$ . Поэтому  $P_s = Q(\sqrt{2\varepsilon / N_0})$ .

Сравнив (15) и (16), получаем потери в  $SNR$ , определяемые выражением  $1+0,9028P_j T_c / N_0$  относительно случая, когда джаммера в системе нет.

Есть два пути уменьшения потерь в  $SNR$ . Для канала с ограниченной полосой можно увеличить мощность  $P$  переданного сигнала. Если увеличение мощности является преобладающей вынужденной мерой, то можно уменьшить длительность импульса  $T_c$ . Это соответствует расширению спектра переданного сигнала. В военных приложениях нужно принимать меры, чтобы враг не мог перехватывать или детектировать наши передачи. Чем выше передаваемая мощность, тем больше возможностей для ее перехвата. Поэтому обычно обращаются к расширению спектра излучаемых импульсов вместо повышения мощности передатчика. Это причина, по которой расширенный спектр первоначально рассматривался для использования в военных приложениях.

В зависимости от невосприимчивости джаммера рассмотренный метод расширения спектра далек от совершенства, просто уменьшение  $T_c$  эффективно только для непрерывного гауссовского джаммера, который исследовался выше. Так как непрерывный гауссовский джаммер распределяет свою мощность на всю длительность излучаемого символа для малых  $T_c$ , приходится интегрировать только малую часть длительности символа и, следовательно, захватывать малую часть энергии джаммера. Однако из-за периодичности передаваемых сигналов врагу облегчается задача определения момента начала передачи сигналов нашим передатчиком. Поэтому враг может включить импульсный передатчик сразу после начала передачи нашей станцией, разрушая наши передачи без увеличения средней мощности джаммера.

Уменьшение  $T_c$  не помогает в борьбе с импульсным джаммером. Чтобы заблокировать импульсы джаммера, нужно рандомизировать время передачи импульсов внутри длительности символа, чтобы сделать детектирование времени передачи наших сигналов трудным для врага. Без знания времени передачи символов импульсный джаммер теряет свою эффективность.

Таким образом, мы заставляем врага расширять мощность джеммера и по времени и по частоте. В результате снова возвращаемся к непрерывному гауссовскому джеммеру, расширяя спектр излучаемых символов, т. е. переходим к технологии, которая использует модуляцию положением импульсов и поэтому называется временным перескоком (timehopping). Это значит, что время передачи не может быть действительно случайным. Вместо этого используется псевдослучайная последовательность времен передачи, которая предварительно назначается и передатчику, и приемнику. Такая последовательность называется кодом. Технология расширения спектра располагает рядом псевдослучайных кодов, количество которых с каждым годом увеличивается.

#### 1.4. Технология множественного доступа

Понятие множественного доступа связано с организацией использования ограниченного участка спектра многими пользователями. Можно выделить пять вариантов множественного доступа:

- множественный доступ с временным разделением каналов связи (Time Division Multiple Access, TDMA);
- множественный доступ с частотным разделением каналов связи (Frequency Division Multiple Access, FDMA);
- множественный доступ с кодовым разделением каналов связи (Code Division Multiple Access, CDMA);
- множественный доступ с пространственным разделением каналов связи (Space Division Multiple Access, SDMA);
- множественный доступ с поляризационным разделением каналов связи (Polarization Division Multiple Access, PDMA).

Практический интерес представляют только первые три.

Технологии расширения спектра могут быть разными, но общим моментом для них является наличие ключа, под которым подразумевается код или последовательность, присоединяемая к сигналу с целью расширения его спектра вплоть до нескольких порядков. Отношение, измеренное в дБ, между расширенной полосой сигнала и ее исходной величиной называется усилением обработки (processing gain) и составляет величину, изменяющуюся от 10 до 60 дБ.

В качестве иллюстрации рассмотрим структурную схему передатчика с прямой последовательностью расширения спектра (Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS), показанную на рис. 2. Длина выбранной последовательности случайных расширяющих кодов  $c(t)$  используется, чтобы расширить (умножить) полосу частот модулирующего сигнала  $m(t)$ . Иногда для решения задачи расширения спектра используется высокоскоростной псевдослучайный код. Каждый бит расширяющего кода называется *чипом*. Длительность чипа  $T_c$  значительно меньше длительности информационного бита  $T$ . Рассмотрим *бинарную фазовую манипуляцию (BPSK)*, с помощью которой модулируется несущая этим сигналом с расширенным спектром. Если  $m(t)$ , представляет двоичную информационную битовую последовательность и  $c(t)$  является двоичным

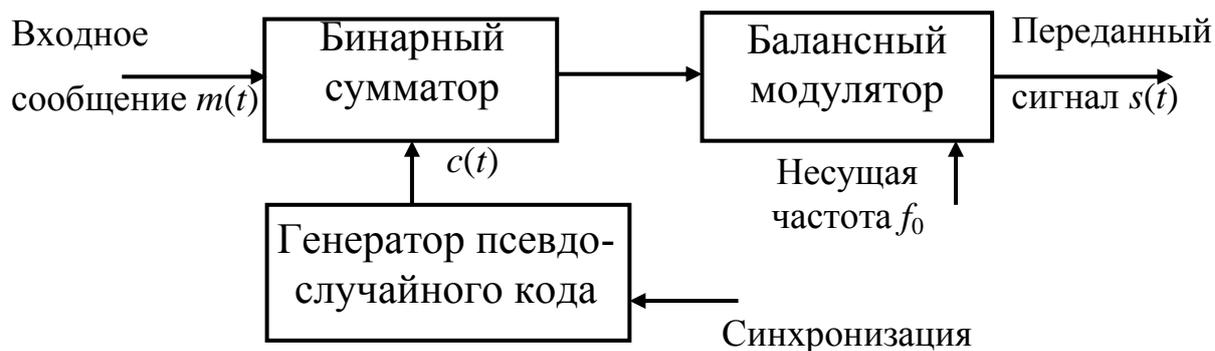


Рис. 2. Передатчик с прямой последовательностью расширения спектра

кодом, представляющим расширяемую бинарную последовательность, операция расширения спектра сводится к сложению по модулю 2 или к операции исключающее ИЛИ. Например, если модулирующий сигнал  $m(t)$ , имеет скорость 10 Кбит/с и скорость расширяющего кода  $c(t)$ , составляет 1 Мбит/с, то расширенный сигнал  $d(t)$ , генерируется на скорости 1 мегачип/с. Основная ширина полосы частот до первого нуля сигнала с расширенным спектром теперь составит 1 МГц. Говорят, что ширина полосы частот исходного сигнала была расширена этой операцией в несколько сотен раз. Этот процесс характеризуется коэффициентом, называемым *усилением расширения*, или *усилением процесса* (processgain). Процесс усиления в практических системах выбирается, основываясь на требованиях приложений, в которых он используется.

При модуляции BPSK расширенный сигнал становится равным

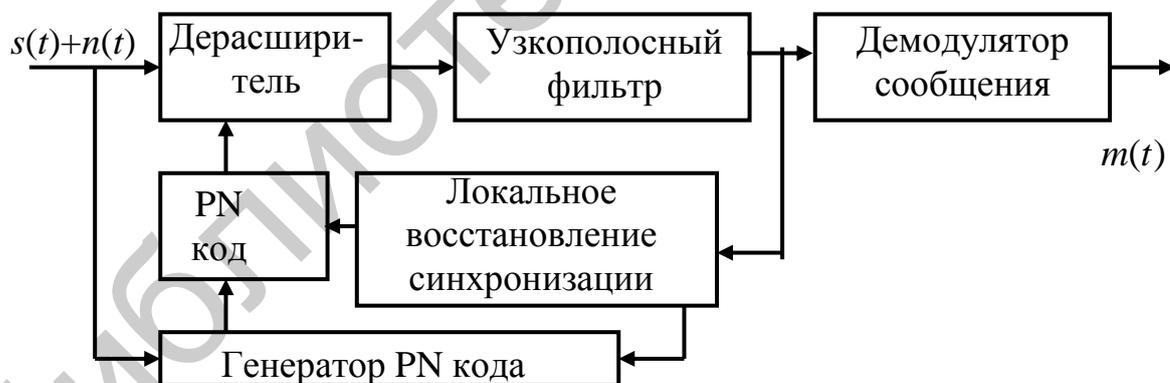


Рис. 3. Приемник с прямой последовательностью расширения спектра

$s(t) = d(t) \cdot \cos \omega t$ . На рис. 3 показано, какие операции по обработке сигнала с расширенным спектром, нужно выполнить с целью деразширения его спектра после выполнения операции демодуляции. Отметим, что в приемнике операция деразширения требует выполнения того же самого кода расширения с фазами, не совпадающими с фазами входного сигнала. Модуль синхронизации псевдошумового (pseudonoise, PN) кода детектирует фазу входной кодовой последовательности, смешанную с информационной последовательностью, и выравнивает локально сгенерированную кодовую последовательность подходящим обра-

зом. После этой важной операции выравнивания кода (т. е. синхронизации) принятый сигнал подвергается операции деразширения с локально созданной последовательностью кодового расширения. В результате операции деразширения получается узкополосный сигнал, промодулированный только информационными битами. Таким образом, такой демодулятор можно использовать для получения оценок сигнала сообщения.

Технология модуляционного расширения спектра сигнала отличается точками включения ключевой последовательности в систему с расширением спектра.

Выбор ключевой последовательности нетривиален. Чтобы гарантировать эффективное расширение спектра, ключевая последовательность должна удовлетворять определенным требованиям, таким, как длина, свойства автокорреляционной функции и функции взаимной корреляции, ортогональности и сбалансированности битов. Наиболее популярные последовательности имеют имена: Баркера,  $m$ -последовательности, Голда, Адамара–Уолша и т. д. Более сложные ключевые последовательности обеспечивают более надежное и эффективное выполнение расширения спектра сигнала, но требуют более сложной аппаратной реализации. Микросхемы для работы в системах с расширением спектра содержат более миллиона двухвходовых элементов И, переключателей, работающих на частотах до нескольких десятков МГц.

Цифровая радиосвязь традиционно базируется на концепции, что несущая частота много выше, чем ширина полосы передаваемого сигнала. Когда требуемая полоса имеет величину порядка 100 МГц, это приближе-

ние наталкивается на многие препятствия. Типично, что в этом случае рабочая частота передатчика должна быть порядка 10 ГГц и поэтому такая передача имела бы большие проблемы, связанные с распространением сигналов при дожде или тумане.

Общеизвестная CDMA-система с перескоками частоты представляет собой цифровую систему множественного доступа, в которой индивидуальные пользователи выбирают одну из  $Q$  частот внутри широкополосного канала в качестве несущей частоты. Псевдослучайные изменения несущей частоты рандомизируют временное владение определенной полосой частот в данный момент времени,



Рис. 4. Иллюстрация FSK-системы с быстрым перескоком частоты с расширением спектра

обеспечивая множественный доступ в широкой области частот. В обычных FHSS CDMA-системах общая полоса частот  $W$  с перескоками делится на  $Q$  узких полос, каждая из которых имеет полосу частот  $B=W/Q$ . Каждая из  $Q$  полос частот определяется как спектральная область с центральной частотой, называемой несущей частотой. Множество возможных несущих частот определяется термином hopset. Полоса частот  $B$  – это полоса частот, используемая в hopset, называется мгновенной полосой частот.

Широкополосный спектр  $W$ , который перекрывает все перескоки частот, называется общей полосой частотных перескоков (total hopping band width). Информация посылается вместе с перескоком частоты в соответствии с псевдослучайным законом, который известен санкционированному приемнику. В каждом перескоке небольшое число кодовых символов посылается с обычной узкополосной модуляцией перед тем, как несущая частота снова испытывает скачок. Промежуток времени между скачками частоты называется длительностью перескока (hop duration) или периодом перескоков (hopping period) и обозначается  $T_c$ . Промежуток времени между передачей двух последовательных символов обозначается  $T$ .

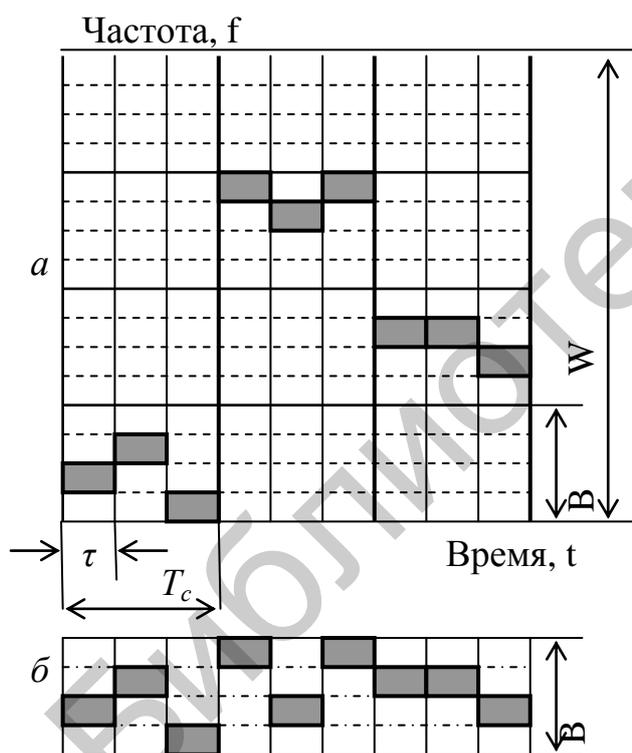


Рис. 5. Иллюстрация FSK-системы с медленным перескоком частоты с расширением спектра: переданный сигнал (а) и сигнал, подготовленный к демодуляции при 4FSK (б)

Обычно в FHSS CDMA используется частотно-манипулированный сигнал (Frequency Shift Keying, FSK). Если в FHSS CDMA-системе используется  $q$ -FSK, тогда каждая из  $Q$  полос частот делится на  $q$  подполос частот и в течение каждого скачка одна или несколько центральных частот подполос частот внутри всего диапазона частот излучается вместе с содержащейся в них информацией. Будем называть каждую частотную подполосу передаваемым каналом (transmission channel). Обозначим общее число  $Q \cdot q$  передаваемых каналов  $M$ . Если используется бинарная FSK (BFSK), то  $M=2Q$ , и пара возможных мгновенных частот изменяется с каждым скачком.

На приемной стороне, после того как несущая частота перескока устраняется из принятого сигнала, формируется сигнал для выполнения над ним операции демодуляции, обозначаемой термином dehooped signal. Если другой пользователь передает в той же полосе частот и в то же время в FHSS CDMA-системе, то имеет место

коллизия (collision). Частотные перескоки могут быть быстрыми и медленными. Медленный частотный перескок имеет место, если один или больше  $q$ -ичных символов передаются во временном интервале между перескоками частоты. Таким образом, медленные частотные перескоки предполагают, что символьная скорость  $1/T$  превышает скорость перескоков  $1/T_c$ . Быстрый частотный перескок имеет место, если больше чем один частотный перескок совершается в течение передачи одного символа. Если другой пользователь занимает ту же полосу частот и в то же время, вероятность некорректной передачи соответствующих информационных символов возрастает. Поэтому благоразумно сочетать частотный перескок с перемежением (interlving) и кодированием. Рис. 4 иллюстрирует медленный частотный перескок, если используется FSK в системе и  $Q=4$ ,  $q=4$  и  $M=16$ . На этом рисунке мгновенная частота подполосы (передаваемые каналы) показана в виде функций времени. Время передачи  $T$  и 4-ичных символов равно  $T_c/3$ , где  $T_c$  – длительность перескока. Два бита генерируется каждые  $T$  секунд и одна из 4 частот генерируется модулятором. Эта частота передается одной из  $Q=4$  частотной полосы перескоков FHSS-модулятора. В этом примере частотный перескок имеет место после каждой группы 3 символов, или когда 6 битов оказываются переданными. Сигнал, подготовленный для выполнения над ним операции демодуляции, показан на рис. 4, б.

Восстановление переданного сигнала в системе с быстрым перескоком частоты иллюстрирует рис. 4. Выход модулятора данных – один из тонов, как и прежде, но теперь время передачи  $T$  одной группы из 2 битов подразделяется на  $T/T_c=4$  чипа (перескоков). В этом примере каждый из перескоков передается в течение 4 скачков несущих частот. Здесь рассматривается схема, несколько отличающаяся от обычных схем FHSS CDMA, так как не делается различий между перескоками, вызванными изменениями несущей частоты и изменениями частоты, вызванными передачей нового символа. Иными словами, рассматриваются произвольные мгновенные изменения частоты (передаваемый канал), который собственно и является скачком частоты. Соответственно модифицируем терминологию и назовем множество всех  $M$  возможных мгновенных частот hopset. Значение  $M$ , отношение общей полосы частот к мгновенной полосе частот назовем размером hopset (hopsetsize). Длительность скачка  $T_c$  определим, как временной интервал между двумя последовательными изменениями мгновенных частот. Тогда для медленной схемы перескока частоты рис. 3 длительность скачка равна одному временному промежутку  $T$  передачи и будет обозначаться как  $T_c$ . Временной интервал между двумя последовательными изменениями несущих частот не учитывается. Для обеих схем частотного перескока рис. 4 и 5 мгновенная полоса частот уменьшается в 4 раза. Это происходит потому, что модификация схемы FHSS CDMA совершенно естественна, так как современные цифровые FHSS CDMA-системы используют кодирование и информационную битовую скорость, которая, как правило, ниже, чем скорость перескоков.

## 2. Порядок выполнения лабораторной работы

### 2.1. Моделирование в среде MATLAB

В этой лабораторной работе исследуется модель расширения спектра с перескоком частоты в среде MATLAB. Здесь показано, как будет выглядеть сигнал с расширенным спектром, а также приведены все необходимые процедуры, требующиеся для создания такого сигнала.

В системе с расширенным спектром с перескоком частоты (РСПЧ), частота передатчика перемещается между доступными частотами согласно указанному алгоритму, который может быть как случайным, так и предварительно запланированным. Передатчик и приемник находятся в синхронизме, т. е. приемник остается настроенным на ту же центральную частоту, на которой работает передатчик. Кратковременная передача данных выполняется с помощью узкополосной связи. Затем передатчик настраивается на другую частоту и передача осуществляется снова. Таким образом, приемник способен к скачкообразному перемещению его частоты в данной области несколько раз в секунду. В течение определенного периода времени осуществляется передача на одной частоте, затем происходит скачок к другой частоте и передача повторяется снова. Скачкообразный метод изменения частоты требует намного более широкой пропускной способности, чем для передачи той же информации, используя только одну несущую частоту. Расширенный спектр с перескоком частоты представляет собой метод передачи радиосигналов путем быстрого переключения несущей частоты сигнала, которая выбирается из многих частотных каналов, с использованием алгоритма, известного как передатчику, так и приемнику.

Лабораторная работа посвящена построению сигнала с расширенным спектром. Случайные биты генерируются системой MATLAB с помощью функции случайных чисел, формирующей двоичные данные.

Несущая частота сигнала представлена косинусоидальной функцией. Используется двоичная фазовая модуляция при модуляции двоичных данных. Используется шесть разных несущих частот, несмотря на то, что может использоваться любое число частот, но для моделирования достаточно шести. Случайным образом распределены сигналы различных частот, чтобы расширить спектр сигнала и, наконец, используется связь между модулированным и расширенным сигналом, чтобы сформировать сигнал, частота которого скачкообразно перемещается от одного значения к другому. В лабораторной работе используется быстрое преобразование Фурье, позволяющее оценить частоту сгенерированного сигнала. На рис. 6 приведена структурная схема системы расширения спектра.

Сигнал с перескоком частоты очень трудно обнаружить, потому что в реальных условиях его уровень лежит ниже уровня шума окружающей среды, а случайный скачок известен только передатчику и приемнику, и не зная об этом скачке нельзя восстановить информацию полностью. Труднодоступность дан-

ных, передаваемых при помощи такой технологии, подтверждает исследуемая в процессе выполнения лабораторной работы модель.

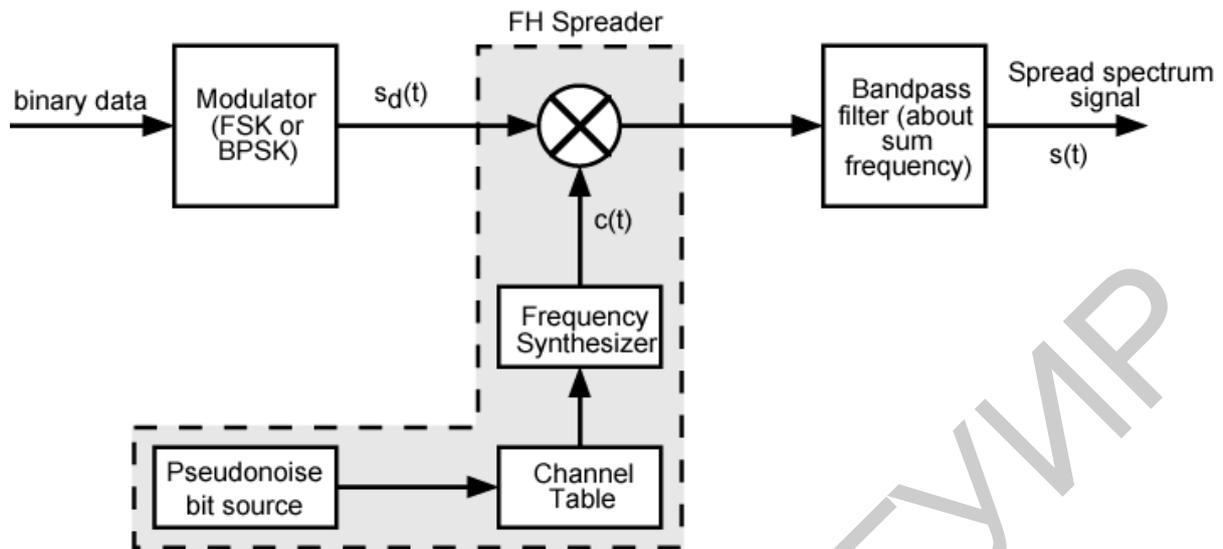


Рис. 6. Структурная схема системы расширения спектра

Код для выполнения работы с использованием пакета MATLAB :

```
%Генерация битового образца
s=round(rand(1,25)); % генерирование 25 битов
signal=[]; % пустой массив для переменной signal
carrier=[]; % пустой массив для переменной carrier
t=[0:2*pi/119:2*pi]; % создание 60 отсчетов на периоде несущей
fork=1:25 % создание цифрового сигнала или сигнала данных
ifs(1,k)==0
sig=-ones(1,120); % 120 отрицательных единиц для 0 бита
else
sig=ones(1,120); % 120 единиц для 1 бита
end
c=cos(t); % cos(t) несущая функция
carrier=[carrier c];
signal=[signal sig];
end
subplot(4,1,1); %упрощенное графическое изображение
plot(signal);
axis([-100 3100 -1.5 1.5]);
title('\bfit Original Bit Sequence');

% BPSK Modulation of the signal
bpsk_sig=signal.*carrier; % Модуляция сигнала при помощи детального умножения
subplot(4,1,2);
plot(bpsk_sig)
axis([-100 3100 -1.5 1.5]);
title('\bfit BPSK Modulated Signal');

% Preparation of 6 new carrier frequencies
t1=[0:2*pi/9:2*pi];
t2=[0:2*pi/19:2*pi];
t3=[0:2*pi/29:2*pi];
t4=[0:2*pi/39:2*pi];
t5=[0:2*pi/59:2*pi];
```

```

t6=[0:2*pi/119:2*pi];
c1=cos(t1);
c1=[c1 c1c1c1c1c1c1c1c1c1 c1];
c2=cos(t2);
c2=[c2 c2c2c2c2 c2];
c3=cos(t3);
c3=[c3 c3c3 c3];
c4=cos(t4);
c4=[c4 c4 c4];
c5=cos(t5);
c5=[c5 c5];
c6=cos(t6);

% Random frequency hops to form a spread signal
spread_signal=[];
for n=1:25
    c=randint(1,1,[1 6]);
    switch(c)
    case(1)
        spread_signal=[spread_signal c1];
    case(2)
        spread_signal=[spread_signal c2];
    case(3)
        spread_signal=[spread_signal c3];
    case(4)
        spread_signal=[spread_signal c4];
    case(5)
        spread_signal=[spread_signal c5];
    case(6)
        spread_signal=[spread_signal c6];
    end
end
subplot(4,1,3)
plot([1:3000],spread_signal);
axis([-100 3100 -1.5 1.5]);
title('\bfit Spread Signal with 6 frequencies');

% Spreading BPSK Signal into wider band with more frequencies
freq_hopped_sig=bpsk_sig.*spread_signal;
subplot(4,1,4)
plot([1:3000],freq_hopped_sig);
axis([-100 3100 -1.5 1.5]);
title('\bfit Frequency Hopped Spread Spectrum Signal');

% Expressing the FFTs to know about the frequency content of the signal
figure,subplot(2,1,1)
plot([1:3000],freq_hopped_sig);
axis([-100 3100 -1.5 1.5]);
title('\bfit Frequency Hopped Spread Spectrum signal and its FFT');
subplot(2,1,2);
plot([1:3000],abs(fft(freq_hopped_sig)));

```

Результаты работы программы приведены на рис. 7 и 8.

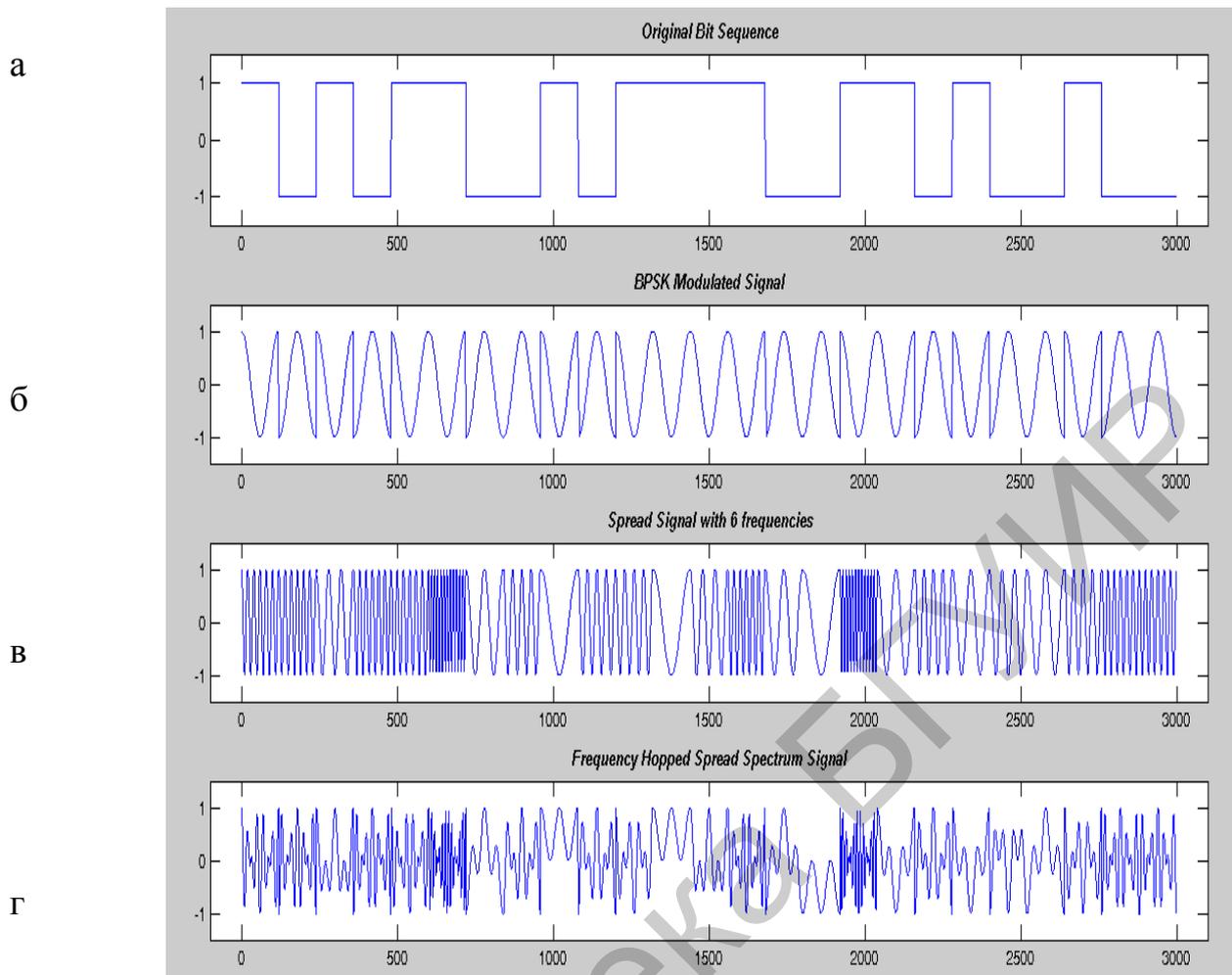


Рис. 7. Сигналы исходного сообщения (а), бинарного фазоманипулированного напряжения (б), с расширенным спектром, включающем 6 частот (в), с расширенным спектром в результате перескока частот (г)

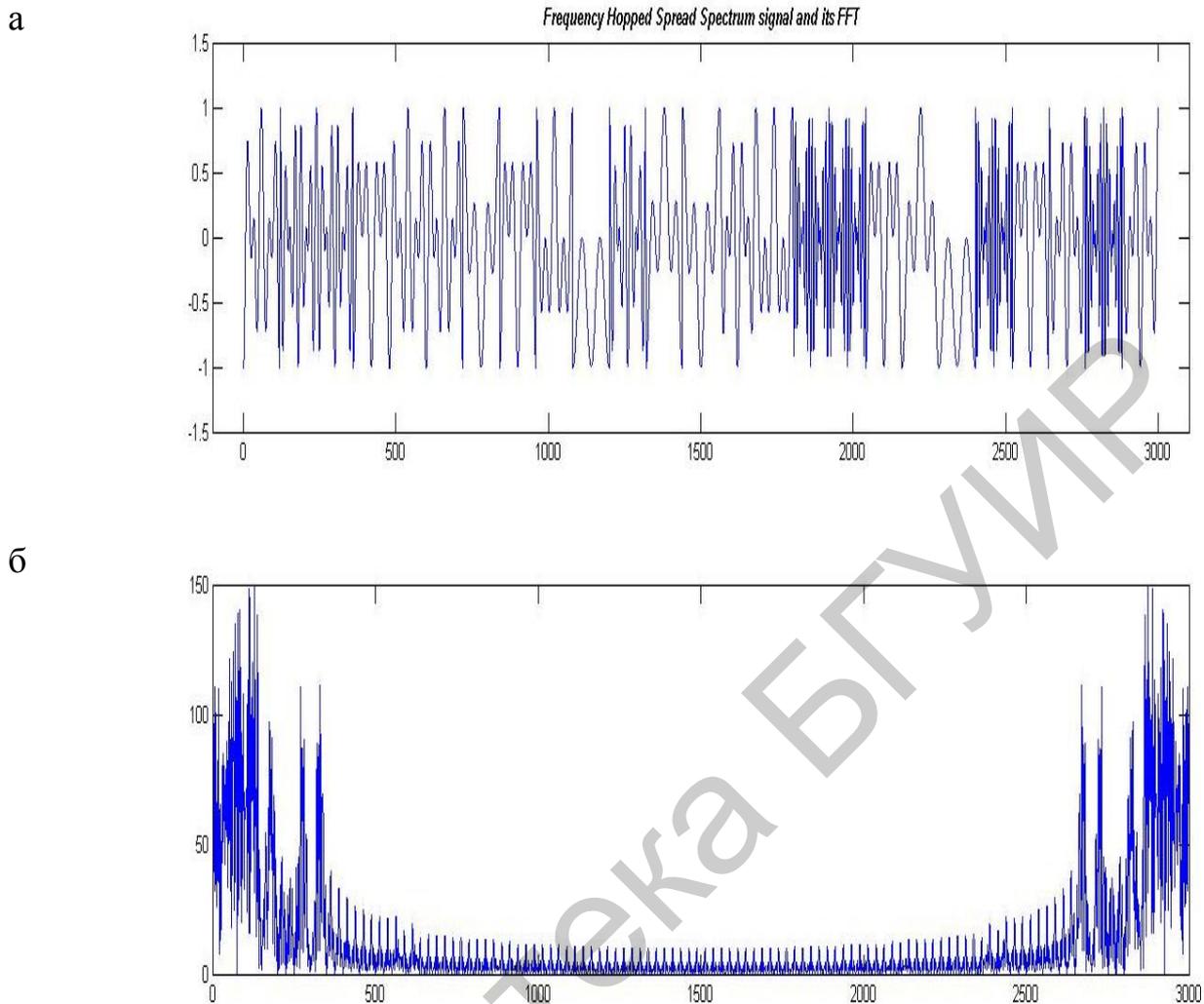


Рис. 8. Сигнал с расширенным спектром (а) и его преобразование Фурье (б)

## 2.2. Моделирование сигнала с расширенным спектром с перескоком частоты в среде MATLAB-SIMULINK

Рассматриваемый РСПЧ приемопередатчик предназначен для обеспечения безопасной работы с доменом связи. Эта система очень популярна, потому что она является безопасной коммуникационной моделью, которая использует псевдослучайную шумовую (ПШ) последовательность для передачи сигнала и канал связи, используемый в качестве канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ). В приемнике данные восстанавливаются так же, как и частота битовой ошибки (коэффициент битовой ошибки, BER) оценивается в приемнике. Общий вид моделируется с помощью пакета MATLAB-SIMULINK.

Чтобы повысить производительность беспроводной связи малого радиуса действия, качество канала должно быть улучшено с помощью подавления помех и многолучевого замирания. Расширение спектра перескоком частоты (Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS) представляет собой метод передачи сигнала, где несущая частота перескакивает с одного значения на другое. Для

скачкообразной перестройки частоты алгоритм работы должен быть сконструирован таким образом, чтобы данные могли быть переданы в канал связи. Адаптивная скачкообразная перестройка частоты – это метод, который используется для повышения устойчивости к влиянию частотных помех. Математическое моделирование используется для графического представления, анализа характеристик сигнала и улучшения производительности с помощью расширения спектра перескоком частоты. При этом используются известные схемы модуляции, а также исследования ситуации перескока канала.

Система с расширенным спектром должна удовлетворять следующим требованиям:

1. Модулированный сигнал имеет более высокую пропускную способность, чем минимальная пропускная способность, необходимая для передачи данных.
2. Распространение спектра сигнала осуществляется посредством использования широкополосного сигнала, который часто называют кодовым сигналом, так как он не зависит от данных.
3. В приемнике сжатие спектра выполняется с использованием той же кодовой последовательности, которая работает синхронно с передатчиком.

Некоторым приложениям необходима система для передачи исходной информации без потерь данных, а также защита от получения этой информации нежелательными пользователями. Этот метод передачи называется защищенной связью.

Такая связь очень важна в военных приложениях, где используются технологии расширения спектра. Эта технология используется и в коммерческих целях. Помеха в канале передачи может быть непреднамеренной, а также вызванной тем, что пользователь может передавать информацию через тот же самый канал. Иногда помехи создаются намеренно вражеским передатчиком для «глушения» передачи. Все эти проблемы решаются использованием сигнала с расширенным спектром.

### 2.2.1 Методология или блок-схема проекта

Структурная схема модели FHSS приведена на рис. 9.



Рис. 9. Структурная схема модели FHSS

Проведем анализ лабораторной работы, для чего используем Matlab R2014a.

В этом случае система будет разработана с использованием блоков.

Блоки будут описаны с помощью логических элементов, что помогает проектировать систему, анализируя логические схемы.

Модель логических элементов анализируется, а затем с помощью пакета MATLAB-SIMULINK проектируется FHSS-приемопередатчик.

Результаты тестируются и анализируются после выполнения работы.

### 2.2.2. Обзор системы FHSS

Структурная схема FHSS-системы приведена на рис. 10.



Рис. 10. Структурная схема системы с FHSS

В модуляторе основной сигнал объединяется с несущей частотой, сгенерированной блоком со скачкообразной перестройкой частоты. Несущая частота будет случайна, так как ею управляет генератор последовательностей PN. Модулируемый сигнал является суммой двух предыдущих частот, распространенных по всей полосе пропускания. В приемнике демодулятор возвращает кодированный сигнал из широкополосного сигнала. Для этого демодулятору необходимо использовать ту же последовательность, что и при передаче. Следовательно, генераторы случайной последовательности со стороны передатчика и приемника должны работать при синхронизации друг с другом. Декодер в приемнике возвращает последовательность двоичной информации. Полученные и исходные данные передаются блоку вычисления ошибки, чтобы получить коэффициент ошибок канала, и это выводится на экран при помощи дисплея BER. Рис. 10 показывает высокоуровневую структурную схему единственного пользователя FHSS.

### В. Модель системы FHSS, выполненная в SIMULINK

В модели широкополосной системы со скачкообразной перестройкой частоты, сделанной с помощью Simulink, входные данные сгенерированы при помощи двоичного генератора Бернулли. Он генерирует двоичные значения, т. е. , «1» и , «0» при помощи выражения Бернулли. Вывод двоичного генератора закодирован при помощи циклического кодера и двоичной , «1» и «0» структуры, чтобы сделать передачу проще. Двоичные значения модулируются, используя частотно манипулированный сигнал (Frequency Shift Keying, FSK), который использует переносы в качестве сигнала со скачкообразной перестройкой частоты. Тогда сигнал передается по каналу с аддитивным белым нормально распределенным шумом (Additive White Gaussian Noise, AWGN) и на выходе передатчика получается сигнал, используя быстрое преобразование Фурье.

Со стороны приемника этот сигнал демодулируется, используя тот же сигнал со скачкообразной перестройкой частоты. Сигнал принимается, затем декодируется, используя циклическое декодирование, и вычисляется BER (коэффициент битовых ошибок), используя вычислитель ошибок и выводя результаты на экран при помощи дисплея BER.

### 2.2.3. Выполнение модели приемопередатчика FHSS-системы

Попытайтесь восстановить работоспособность приведенной на рис. 11 схемы приемопередатчика FHSS-системы.

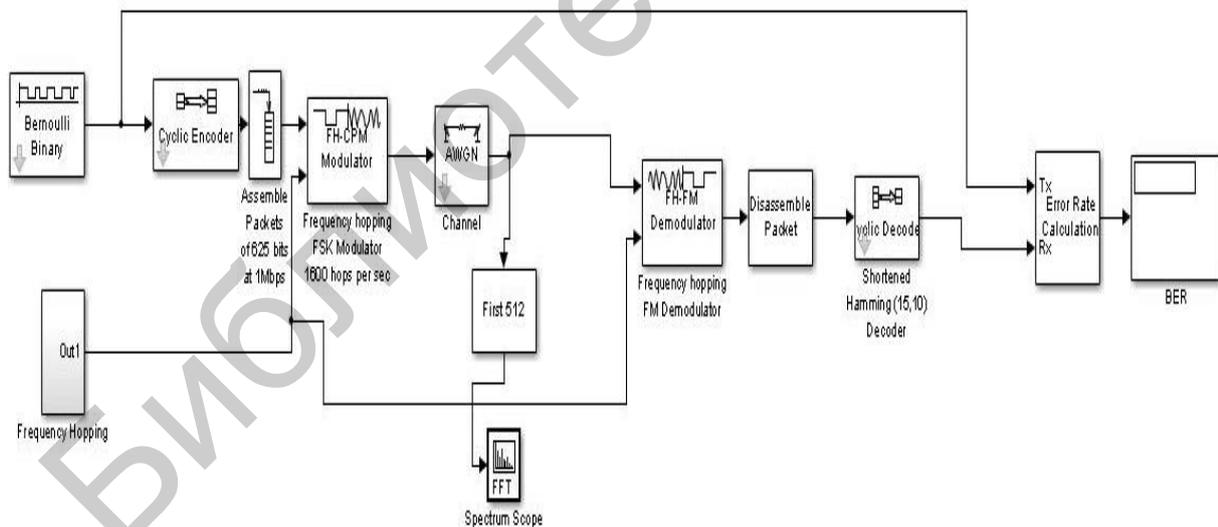


Рис. 11. Структурная схема приемопередатчика FHSS-системы

Для этого нужно установить начальные условия для каждого элемента структурной схемы, воспользовавшись данными системы MATLAB-SIMULINK.

Например, найдите блок, который называется Bernoulli Binary, исходные данные которого по умолчанию приведены на рис. 12.

Структурные схемы модулятора и демодулятора приведены на рис. 13 и 14 соответственно.

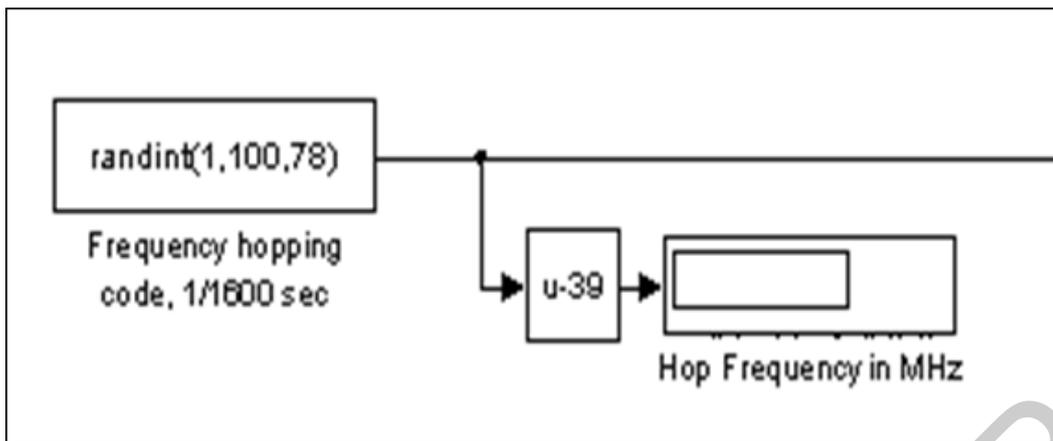


Рис. 12. Структура со скачкообразной перестройкой частоты

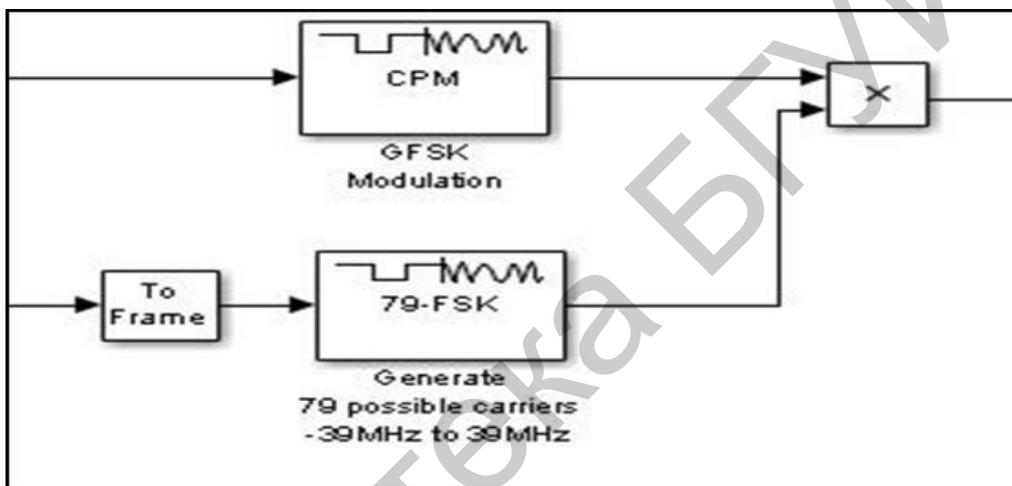


Рис. 13. Структурная схема модулятора

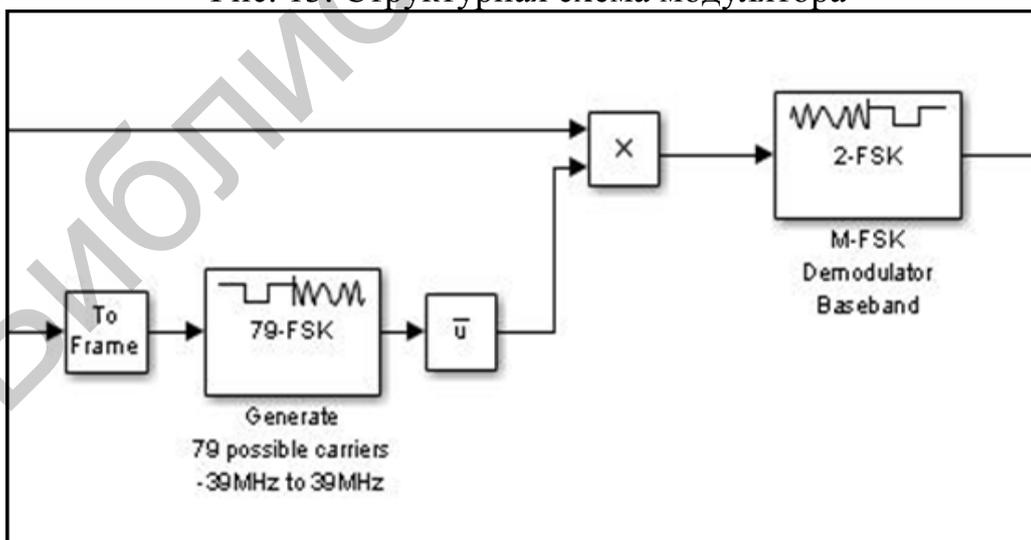
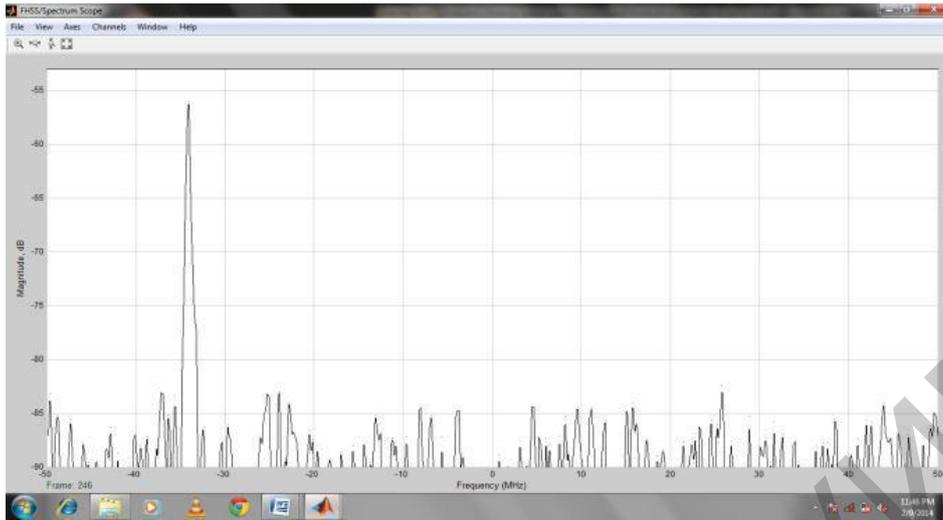


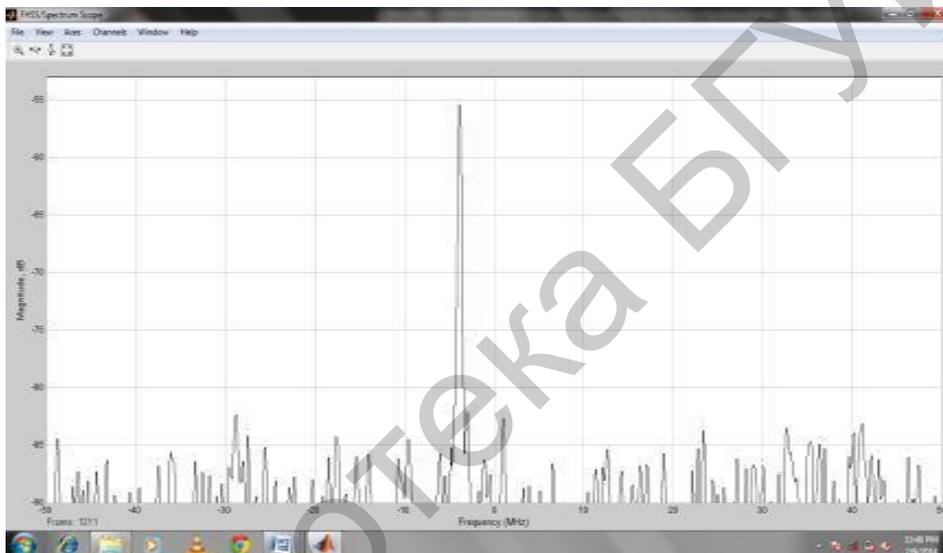
Рис. 14. Структурная схема демодулятора  
Необходимо получить результаты, показанные на рис. 15.

## 2.2.4. Результаты моделирования

а



б



в

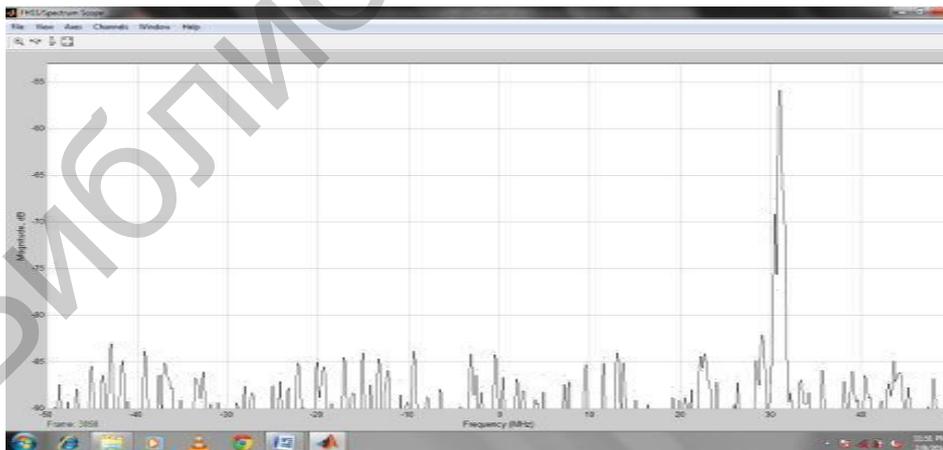


Рис. 15. Результаты моделирования работы FHSS-передатчика на разных временных интервалах, показанные в пунктах а, б и в

Результат работы передатчика FHSS, как показано на рис. 15, есть пик во всех вышеупомянутых рисунках, которые представляют данные о сигнале, который передан по каналу с AWGN и который перескакивает в частотном диапазоне.

Эта лабораторная работа предполагает разработку и реализацию широкополосного передатчика со скачкообразной перестройкой частоты и приемника, используя MATLAB-SIMULINK, потому что у них есть ограничения на небольшом диапазоне передачи, что не противоречит предыдущей части работы. Чтобы достичь этого при помощи различных технологий, таких как технология с временным разделением каналов связи (Time Division Multiple Access, TDMA), которая может быть разработана, используя систему FHSS. Выполнение лабораторной работы реализовано с помощью пакета и инженерных программ MATLAB-SIMULINK. Достигнуты запланированные передача и прием информации по технологии FHSS.

### 3. Содержание отчета

Отчет о выполненной работе должен содержать следующее:

- структурную схему системы расширения спектра перескока частоты;
- спектрограмму, по которой можно оценить величины используемых частот в алгоритме перестройки;
- структурную схему модулятора;
- структурную схему демодулятора;
- результаты работы в виде эскизов осциллограмм.

### 4. Контрольные вопросы

1. Назовите основное применение информационных радиотехнологий, использующих сигналы с расширенным спектром.
2. С какой целью разработаны классические методы узкополосной модуляции?
3. Назовите характерные признаки сигналов с расширенным спектром.
4. С какой целью введено использование отношений  $W/R$  и  $E_b / N_0$ ?
5. Чему равна средняя символьная вероятность ошибки?
6. Каким основным требованиям должна удовлетворять система с расширенным спектром.
7. Назовите виды технологий множественного доступа и объясните их различия.
8. Как определяется информационная емкость канала связи.
9. В чем состоит принцип расширения спектра информационного сигнала с использованием перескоков частоты?
10. Назовите основные параметры сигнала с расширенным спектром с перескоком частоты.

## Литература

1. Ворона, В. А. Радиопередающие устройства. Основы теории и расчета : учеб. пособие для вузов / В. А. Ворона. – М. : Горячая линия-Телеком, 2007. – 384 с.
2. Галкин, В. А. Цифровая мобильная радиосвязь : учеб. пособие для вузов / В. А. Галкин. – М. : Горячая линия-Телеком, 2007. – 432 с.
3. Устройства генерирования и формирования радиосигналов / Л. А. Белов [и др.]; под ред. Г. М. Уткина, В. Н. Кулешова, М. В. Благовещенского – М. : Радио и связь, 1994.
4. Проектирование радиопередатчиков / В. В. Шахгильдян [и др.]; под ред. В. В. Шахгильдяна. – М. : Радио и связь, 2000.
5. Феер, К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра: пер. с англ. / под ред. В. И. Журавлева. – М. : Радио и связь, 2000. – 520 с.
6. Радиопередающие устройства: учебник для вузов / под ред. В. В. Шахгильдяна. – М. : Радио и связь, 2003. – 560 с.
7. Проектирование радиопередатчиков: учеб. пособие для вузов / под ред. В. В. Шахгильдяна. – М. : Радио и связь, 2003. – 656 с.
8. Дегтярь, Г. А. Устройства генерирования и формирования сигналов / Г. А. Дегтярь. – Новосибирск, изд-во НГТУ, 2007. – 900 с.
9. Першин, В. Т. Основы радиоэлектроники / В. Т. Першин. – Минск : Выш. шк., 2006. – 400 с.
10. Першин, В. Т. Основы радиоэлектроники и схемотехники / В. Т. Першин. – Ростов н/Д : Феникс, 2006. – 544 с.
11. Першин, В. Т. Основы современной радиоэлектроники: учеб. пособие для студ. вузов / В. Т. Першин. – Ростов н/Д : Феникс, 2009. – 541 с.
12. Першин, В. Т. Формирование и генерирование сигналов в цифровой радиосвязи / В. Т. Першин. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 614 с.
13. Анкуда, С. Н. Радиоэлектронные устройства и комплексы / С. Н. Анкуда, В. Т. Першин, И. И. Шпак. – Минск : МГВРК, 2012. – 568 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Лабораторная работа №1. ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ В MATLAB И SIMULINK . . . . .	10
Лабораторная работа №2. ПРИНЦИПЫ МОДУЛЯЦИИ, ДЕМОДУЛЯЦИИ И ФИЛЬТРАЦИИ . . . . .	38
Лабораторная работа №3. ИЗУЧЕНИЕ ДЕЛЬТА-МОДУЛЯЦИИ И СИГМА-ДЕЛЬТА МОДУЛЯЦИИ . . . . .	62
Лабораторная работа №4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ С КВАДРАТУРНОЙ АМПЛИТУДНОЙ И ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ . . . . .	105
Лабораторная работа №5. ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНО- МАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ В СИСТЕМЕ MATLAB-SIMULINK . . . . .	149
Лабораторная работа №6. ИЗУЧЕНИЕ СЛОЖНЫХ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ ФАЗО- И ЧАСТОТНО- МАНИПУЛИРОВАННЫХ КОЛЕБАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА MATLAB . . . . .	174
Лабораторная работа №7. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЮЩЕЙ ЧАСТИ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С OFDM-СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MATLAB . . . . .	200
Лабораторная работа №8. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЕМНОЙ ЧАСТИ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С OFDM-СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MATLAB . . . . .	227
Лабораторная работа №9. LC-ГЕНЕРАТОРЫ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ . . . . .	250
Лабораторная работа №10. RC-ГЕНЕРАТОРЫ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ . . . . .	287
Лабораторная работа №11. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В АВТОГЕНЕРАТОРЕ НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ . . . . .	301
Лабораторная работа №12. ИССЛЕДОВАНИЕ СИНТЕЗАТОРА ЧАСТОТ НА ОСНОВЕ ПРЯМОГО ЦИФРОВОГО СИНТЕЗА . . . . .	311
Лабораторная работа №13. ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ С РАСШИРЕННЫМ СПЕКТРОМ ПРЯМОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ . . . . .	326
Лабораторная работа №14. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ С РАСШИРЕННЫМ СПЕКТРОМ С ПЕРЕСКОКОМ ЧАСТОТЫ . . . . .	353
ЛИТЕРАТУРА . . . . .	375

*Учебное издание*

**Першин Виктор Тихонович**

**ФОРМИРОВАНИЕ И ГЕНЕРИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ  
ЦИФРОВОЙ РАДИОСВЯЗИ**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

В авторской редакции

Корректор *Е. Н. Батурчик*

Компьютерная правка и оригинал-макет *А. А. Луцикова*

Подписано в печать 12.09.2016. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 10,58. Уч.-изд. л. 11,0. Тираж 100 экз. Заказ 49.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий №1/238 от 24.03.2014,

№2/113 от 07.04.2014, №3/615 от 07.04.2014.

ЛП №02330/264 от 14.04.2014.

220013, Минск, П. Бровки, 6