

СОРТИРУЮЩИЕ СЕТИ

Рассматривается схемная реализация сортирующей сети для сортировки последовательности целых чисел. Приводятся доказательства корректности, анализ эффективности и реализация сети на логических элементах в среде моделирования цифровых электрических схем Logisim.

ВВЕДЕНИЕ

При сортировке последовательности методом сравнений и переупорядочиваний элементов на вычислительной машине, последовательно выполняющей ограниченное количество операций в одну единицу времени, в наихудшем случае необходимо произвести $\Omega(n \log(n))$ операций сравнения [1, с. 221]. Используя некоторые знания о входных данных, можно уменьшить эту границу до $\Omega(n)$, но в общем случае мы ограничены изначальной оценкой. Однако, аппаратная реализация сортирующей сети, используя возможность выполнять множество сравнений за один раз, позволяет отсортировать последовательность из n чисел за $O(\log^2(n))$ операций, что несомненно выгодно использовать при разработке различных систем.

I. КОМПАРАТОР

Компаратор - это устройство с двумя входами, x и y , и двумя выходами, x' и y' , выполняющее такую операцию, что:

$$x' = \min(x, y)$$

$$y' = \max(x, y)$$

Используя логические элементы, компаратор можно реализовать на базе логического устройства компаратора, сравнивающего два числа. Объединение компараторов называется *сравнивающей сетью*.

II. НУЛЬ-ЕДИНИЧНЫЙ ПРИНЦИП

Ноль-единичный принцип гласит, что, если сравнивающая сеть с n входами правильно сортирует все 2^n возможных последовательностей состоящих из нулей и единиц, то она правильно сортирует все последовательности чисел произвольного вида. Этот принцип упрощает доказательство корректности сортирующей сети, но, даже используя его, чтобы протестировать сеть, нужно произвести $O(2^n C)$ операций, где C - количество компараторов в сети, поэтому мы уделим внимание теоретическим доказательствам.

Захарченко Константин Владимирович, студент группы №021902, БГУИР, stogerc@gmail.com

Беляев Александр Викторович, студент группы №021902, БГУИР, unstock@gmail.com

Научный руководитель: Кужин Дмитрий Петрович, доцент кафедры ТОО, доцент, кандидат технических наук

III. СОРТИРУЮЩАЯ СЕТЬ.

Сортирующая сеть – сравнивающая сеть, в которой выходная последовательность является неубывающей. Рассматриваемая в данной работе сортирующая сеть строится модульно на базе *объединяющих сетей* (рис. 1): способных объединять две отсортированные последовательности в одну отсортированную. Аналогом рассматриваемой сортирующей сети для последовательного компьютера является *сортировка слиянием* [3, с. 174]. Структурным блоком сортирующей сети служит компаратор.

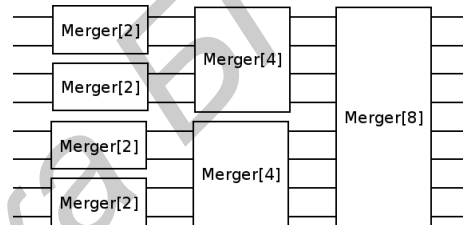


Рис. 1 – Модульность сортирующей сети.

ВЫВОДЫ

Метод сортирующей сети хорошо подходит для аппаратной реализации, позволяет сильно оптимизировать процесс сортировки. Благодаря модульности, сеть обладает хорошей расширяемостью, достаточно прозрачна и проста в понимании. За счёт простых составляющих компонентов, легко реализуется на цифровой логике.

1. Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн Алгоритмы: построение и анализ – 2-е изд. – М.: «Вильямс», 2005. – с. 1296: – ISBN 5-8489-0857-4
2. Дональд Кнут Искусство программирования, том 3. Сортировка и поиск – 2-е изд. – М.: «Вильямс», 2007. – С. 824. – ISBN 5-8459-0082-4
3. Дональд Кнут Искусство программирования, том 1. Основные алгоритмы – 3-е изд. – М.: «Вильямс», 2006. – с. 720. – ISBN 0-201-89683-4
4. Андерсон, Джеймс А. Дискретная математика и комбинаторика. : Пер. с англ. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2004. – с. 960 – ISBN 5-8459-0498-6
5. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных: Пер. с англ. Ткачев Ф.В. – М.: ДМК Пресс, 2010. - с. 272 ISBN 978-5-94074-584-6