М. К. Кароли, О. В. Кот

АЛГОРИТМ ПЕРЕОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ КОММИВОЯЖЕРА

Практика решения задач коммивояжера в логистике порождает проблему оценки их устойчивости к изменениям элементов матрицы исходных данных. Предлагаемый рекуррентный алгоритм анализа устойчивости базируется на оценке устойчивости линейной задачи о назначении, соответствующей проекции решения задачи коммивояжера. Его вычислительная сложность оказывается полиномиальной.

В классической постановке решение задачи коммивояжера (ЗК) обычно представлено отражающим необходимые условия оптимальности вектором назначения строк столбцам матрицы. Часто дополнительно необходимо найти интервалы, в которых изменение значений элементов матрицы не нарушает оптимального решения. Оценка таких интервалов устойчивости в общем случае имеет экспоненциальную вычислительную сложность. Однако для частных случаев ее сложность оказывается полиномиальной. Далее обсуждается один из таких случаев, когда изменяются лишь элементы матрицы, характеризуюшие текущее оптимальное решение.

Предлагаемая схема оценки интервалов устойчивости базируется на инвариантности вектора назначения от метода его формирования. Известно, что одним из точных методов решения является метод ветвей и границ. Схема алгоритма метода ветвей и границ может использовать разные способы порождения дерева вариантов. Наиболее успешный способ порождения базируется на решении линейных задач о назначении (ЛЗН), анализе получающихся замкнутых циклов и, если таких циклов более одного, последующем переборе вариантов разрыва циклов. Рекурсия обхода дерева ЛЗН строится на матрице расстояний, где разрывы циклов задаются назначением бесконечных значений длин запрещаемых дуг. В каждом узле дерева вариантов, включая и искомый оптимальный вариант, решается ЛЗН фиксированной размерности, в которой некоторые элементы исходной матрицы заменены бесконечными значениями. Очевидно, что элементы оптимального решения не меняются.

Отсюда следует, что задача анализа устойчивости задачи ЗК может быть сведена к полиномиально сложной задаче оценки устойчивости решения ЛЗН: для каждого элемента матрицы ЛЗН (c_{ij}, $i,j \in \overline{1,n}$), используемой для формирования окончательного решения задачи ЗК, необходимо найти интервал (s_{ij}, f_{ij}), $i,j \in \overline{1,n}$, в котором изменение значения таких элементов не нарушает оптимального назначения.

Используя элементы вектора назначения, легко выделить ребра графа совершенного паросочетания. Интервал значений веса любого ребра такого графа, когда назначение остается неизменным, определяется необходимыми условиями оптимальности: $c_{ij} = u_i + v_j$, $i,j \in \overline{1,n}$, где u_i и v_j - потенциалы строк и столбцов. Последнее означает, что для задачи минимизации ЗК существующий вес назначенных ребер можно увеличить без нарушения структуры текущего решения, а $(s_{ij}, f_{ij}) = (-\infty, \delta^m)$, $i,j \in \overline{1, \quad n}$. Процедура определения δ^m предполагает оценку изменения потенциалов после скрытия ребра (i, j). Пусть оценка оптимального назначения есть Z^0.
Очевидно, что если $c_{ij} = \infty$, то ребро (i, j) будет скрыто. Реоптимизация решения может быть проведена относительно строки i, а изменение ее потенциала составит $u^\infty_i - u^0_i = Z^0 - Z^\infty$[1]. Здесь Z^∞ – оценка нового решения без ребра (i,j). Действительно, скрытие ребра не влияет на значения потенциалов других строк. Процесс реоптимизации, начинающийся в вершине i, завершится в вершине j, потенциал которой тоже не изменится [1]. Меняется только потенциал u_i, поэтому $\delta^m = Z^0 - Z^\infty$.

Таким образом, определение интервалов устойчивости ЗК может проводиться посредством реоптимизации ЛЗН текущего оптимального решения, если инвертировать принадлежность дуг графа задачи соответствующему совершенному паросочетанию и учесть эту принадлежность направлением нумерации состояний.

Вычислительная сложность оценок устойчивости для полной матрицы ЗК на основе разности потенциалов изменяемых строк ЛЗН $O(n^4)$. Сложность переоценки устойчивости оптимального решения $O(n^2)$. Дополнительная память для хранения наследуемых значений потенциалов строк не превышает объема $O(n^2)$.

1. Ревотюк, М.П. Реоптимизация решения задач о назначении / М. П. Ревотюк, П. М. Батура, А. М. Поло-невич//Доклады БГУИР. – 2011. –№ 1(55). – С. 55–62.

Мухиеддин Камэл Кароли, Кот Олег Валерьевич, аспиранты факультета информационных технологий и управления Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, kafitas@bsuir.by

Научный руководитель: Ревотюк Михаил Павлович, доцент кафедры информационных технологий автоматизированных систем БГУИР, к.т.н., доцент, rmp@bsuir.by